



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CAMPUS CASCAVEL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

AMANDA LETÍCIA PANFILIO COLARES
ANDREINA COSER
DANIEL RODRIGO DE SOUZA

**RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE
MATEMÁTICA: ESTÁGIO SUPERVISIONADO I
PROMAT**

CASCAVEL

2025

AMANDA LETÍCIA PANFILIO COLARES
ANDREINA COSER
DANIEL RODRIGO DE SOUZA

**RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE
MATEMÁTICA: ESTÁGIO SUPERVISIONADO I
PROMAT**

Relatório das atividades desenvolvidas durante o projeto Promat, como requisito parcial à aprovação na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática - Estágio Supervisionado I, do Curso de Licenciatura em Matemática, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, na Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste, campus Cascavel – PR.

Orientador: Plínio Lucas Dias Andrade

CASCADEL
2025

Sumário

LISTA DE FIGURAS	5
INTRODUÇÃO	6
PROMAT	7
ARTIGO	8
CRONOGRAMA.....	21
PLANO DE AULA 1º ENCONTRO - 10 DE MAIO DE 2025	22
1. Desenvolvimento	23
2. Materiais Utilizados:.....	27
3. Material Complementar para impressão:	28
4. Lista de Exercícios:	28
5. Resolução da lista de exercícios:	31
6. Referências:	34
1º RELATÓRIO – SALA A207	35
PLANO DE AULA 2º ENCONTRO - 17 DE MAIO DE 2025	37
7. Desenvolvimento	38
8. Materiais Utilizados:.....	42
9. Material complementar:.....	43
10. Lista de Exercícios:	43
11. Resolução dos Exercícios:	45
12. Referências:	46
2º RELATÓRIO – SALA A207	46
PLANO DE AULA 3º ENCONTRO - 24 DE MAIO DE 2025	51
13. Desenvolvimento	51
14. Materiais Utilizados:.....	53
15. Material Complementar para impressão:	53
16. Jogo STOP!	54
17. Questões da dinâmica de fixação sobre Grandeza, Razão e Proporcionalidade:	55

18. Resolução das questões da dinâmica de fixação sobre Grandeza, Razão e Proporcionalidade:	56
19. Lista de Exercícios:	57
20. Resolução da lista de exercícios:	58
21. Referências:	60
3° RELATÓRIO – SALA A207	60
PLANO DE AULA 4° ENCONTRO - 31 DE MAIO DE 2025	63
22. Desenvolvimento	64
23. Materiais Utilizados:.....	68
24. Lista de exercícios:	70
25. Resolução da lista de exercícios:	73
26. Referências:	77
4° RELATÓRIO - SALA A207.....	78
PLANO DE AULA 5° ENCONTRO – 7 DE JUNHO DE 2025	81
27. Desenvolvimento	81
28. Materiais Utilizados:.....	86
29. Material complementar para impressão:	87
30. Resolução da Dinâmica de construção de figuras planas a partir de triângulos:	88
31. Lista de exercícios:	89
32. Resolução da lista de exercícios:	92
33. Referências:	95
5° RELATÓRIO - SALA A207.....	95
PLANO DE AULA 6° ENCONTRO – 14 DE JUNHO DE 2025.....	98
34. Desenvolvimento	99
35. Material Utilizado:	104
36. Material Complementar para Impressão:	104
37. Lista de Exercícios:	105
38. Resolução da lista de Exercícios:	107
39. Referências:	108

6º RELATÓRIO - SALA A207.....	109
PLANO DE AULA 7º ENCONTRO – 21/06/2025	114
40. Desenvolvimento	114
41. Materiais Utilizados:.....	117
42. Lista de Exercícios:	117
43. Resolução da Lista de Exercícios:	120
44. Referências:	123
7º RELATÓRIO - SALA A207.....	124
PLANO DE AULA 8º ENCONTRO – 28 DE JUNHO DE 2025	126
45. Desenvolvimento	127
46. Materiais Utilizados:.....	130
47. Lista de Exercícios:	130
48. Resolução da Lista de Exercícios:	132
49. Referências:	133
8º RELATÓRIO - SALA A207.....	134
PLANO DE AULA 9º ENCONTRO – 05 DE JULHO DE 2025.....	136
50. Desenvolvimento	137
51. Materiais Utilizados:.....	140
52. Lista de Exercícios:	141
53. Resolução da Lista de exercícios:	142
54. Referências:	146
9º RELATÓRIO - SALA A207.....	146
PLANO DE AULA 10º ENCONTRO – 12 DE JULHO DE 2025	149
55. Desenvolvimento	150
56. Materiais Utilizados:.....	152
10º RELATÓRIO - SALA A207	152
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	156

Lista de Tabelas

Tabela 1: Cronograma dos encontros e conteúdos trabalhados	21
Tabela 2 – Representação dos algarismos em diferentes sistemas	28
Tabela 3 – Produção de laranjeiras por dias de colheita	30
Tabela 4 – Modelo de tabela para o jogo STOP!	53
Tabela 5 – Proposta de valores a serem trabalhadas no jogo STOP!	54
Tabela 6 – Resolução do exemplo do jogo STOP!	54
Tabela 7 – Relação entre quantidade de fornos e número de pães produzidos	58
Tabela 8 – Exemplo de resolução da dinâmica “Você diz! Eu digo!” para a função $fx = 2x + 1$	138

Lista de Figuras

Figura 1 – Representação dos sistemas de numeração	24
Figura 2 – Representação dos Conjuntos Numéricos pelo diagrama de Venn	26
Figura 3 – 3248 em algarismos romanos	32
Figura 4 – Resolução da adição $3265 + 4127 + 2987$	33
Figura 5 – Resolução da subtração $4127 - 2987$	33
Figura 6 – Primeiro encontro do Promat	37
Figura 7 – Silhuetas de figuras no Tangram	43
Figura 8 – Exemplos e definições de frações próprias, impróprias, aparentes, equivalentes e irredutíveis.	47
Figura 9 – Figuras montadas pelos estudantes com o Tangram	50
Figura 10 – Pixel art de melancia	57
Figura 11 – Estudantes jogando Stop	63
Figura 12 – Ângulos em um triângulo	65
Figura 13 – Atividade de juntar figuras planas	68
Figura 14 – Jogo dos Polígonos	80
Figura 15 – Soma de ângulos internos de triângulos	83
Figura 16 – Exploração da Soma dos Ângulos Internos	87
Figura 17 – Construção de Polígonos com Triângulos	87
Figura 18 – Medição dos ângulos	88
Figura 19 – Rigidez estrutural do triângulo através de palitos	98
Figura 20 – Montagem de poliedros	112
Figura 21 – Jogo da memória de geometria espacial	113
Figura 22 – Sólidos geométricos	113
Figura 23 – Manipulação do Algeplan	126
Figura 24 – Resolução de Exercícios	135
Figura 25 – Bingo das equações	136
Figura 26 – Construção do gráfico da função	148
Figura 27 – Professores sala A207	149
Figura 28 – Dinâmica do copo e bolinha para Expressões Algébricas	154
Figura 29 – Dinâmica dos pinos de encaixe para porcentagem	155
Figura 30 – Estagiários e Orientador	155

Introdução

O presente trabalho tem como objetivo relatar as atividades e experiências vividas na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I, ofertada no 3º ano do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste, no *campus* de Cascavel – PR.

Inicialmente apresentaremos resumidamente o Programa de Acesso e de Permanência de Estudantes da Rede Pública de Ensino em Universidades Públicas: Um Enfoque à Área de Matemática (Promat). Para, em seguida, apresentarmos um artigo intitulado “Análise de aplicação de dinâmicas como método de ensino em aulas do Promat”, em que abordaremos sobre as dinâmicas desenvolvidas durante os encontros do Promat com nossa turma.

Em consequente, abrangeremos todos os planos de aula desenvolvidos e executados para cada um dos dez encontros do curso, seguido das listas de exercícios e suas respectivas resoluções, e pelos relatórios elaborados ao fim de cada encontro, explicitando o que ocorreu durante a aplicação daquele determinado plano de aula. Por fim, trazemos nossas considerações finais.

O público-alvo estabelecido era de estudantes do ensino médio, entretanto foram abertas vagas para acadêmicos da graduação e, também, alunos do ensino fundamental, preservado o fato de que os conteúdos trabalhados possuem foco na grade curricular de Matemática do ensino fundamental, anos finais. Ou seja, por mais que se deu a prioridade para alunos do ensino médio, o curso contemplou estudantes de todos os níveis de ensino. Os encontros ocorreram aos sábados pela manhã, das 08h00 às 11h40min, no período do dia 10 de maio de 2025 até o dia 12 de julho do mesmo ano.

Levando em conta o público-alvo, as aulas foram elaboradas buscando-se trazer os conteúdos que são cobrados majoritariamente no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e vestibulares. Nesse sentido, enfatizamos a preparação de estudantes buscando aprimorar conhecimentos matemáticos e adquirir maior familiaridade com os conceitos cobrados nas provas mencionadas para, em breve, ingressar em um curso superior.

Promat

O Promat é uma ação de caráter institucional promovida pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), campus de Cascavel. A proposta é coordenada pelo Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática e visa oferecer suporte a estudantes da rede pública estadual que almejam ingressar no ensino superior, além de acolher alunos de graduação.

Organizado na forma de curso preparatório, o projeto é estruturado em duas etapas semestrais. A primeira ocorre no primeiro semestre letivo, sendo conduzida por acadêmicos do 3º ano do curso de Licenciatura em Matemática, matriculados na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I. Nessa fase, os conteúdos trabalhados priorizam temas do Ensino Fundamental II, especialmente os mais recorrentes em avaliações como o ENEM e vestibulares. Já no segundo semestre, o curso é ministrado e desenvolvido pelos estudantes do 4º ano, dentro da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado II, com foco nos conteúdos característicos do Ensino Médio.

As atividades do Promat ocorrem nas dependências da Unioeste, sempre aos sábados pela manhã, com encontros de, aproximadamente, 3 horas e 40 minutos de duração, incluindo um intervalo de 20 minutos. Cada semestre compreende dez encontros, e ao final do curso, os participantes recebem certificado correspondente à carga horária frequentada, respeitando o limite de faltas delimitado pelos professores no início dessa jornada.

O planejamento e a condução das aulas são de responsabilidade dos estagiários, que geralmente são dispostos em grupos para realizar essas funções, elaborando os materiais e os planos de ensino com base em diversas referências didáticas, incluindo livros, jogos, recursos manipulativos e ferramentas tecnológicas. Todo o trabalho é supervisionado e validado por professores orientadores, garantindo a qualidade das práticas pedagógicas adotadas.

Mais do que revisar conteúdos, o Promat busca proporcionar uma experiência significativa de aprendizagem, aproximando os alunos da matemática de forma acessível, contextualizada e dinâmica. Para os licenciandos envolvidos, o projeto representa uma oportunidade concreta de vivência docente, promovendo o desenvolvimento profissional e a integração entre teoria e prática.

Artigo

ANÁLISE DA APLICAÇÃO DE DINÂMICAS COMO MÉTODO DE ENSINO EM AULAS DO PROMAT

Amanda Letícia Panfilio Colares
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste
amanda.panfilio@gmail.com

Andreina Coser
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste
andreinacoser25@gmail.com

Daniel Rodrigo de Souza
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste
superdanielsouza61@gmail.com

Resumo:

As dificuldades dos estudantes do Ensino Básico em relação à Matemática têm motivos diversos, entre eles estão as metodologias dos professores que tendem à tradicionalidade, fazendo do estudante apenas um receptor do conhecimento. Sendo assim, o objetivo do Promat está relacionado a minimizar a precariedade existente na formação matemática fornecida aos jovens estudantes, enfocando em ações que promovam o acesso e a permanência de estudantes da rede pública de ensino. Buscando fugir da tradicionalidade, o desenvolvimento das aulas do Promat as quais nos propomos a elaborar, buscam diversificar as maneiras de apresentação e elucidação dos conteúdos matemáticos propostos, por meio de dinâmicas realizadas em cada encontro. Nisso, o presente artigo tem o objetivo de expor nossa análise das práticas pedagógicas, sobre o uso de dinâmicas matemáticas, ou adaptadas aos conceitos trabalhados durante os dez encontros do curso, como meio de avaliação didática em relação às dificuldades apresentadas pelos estudantes.

Palavras-chave: Dinâmicas matemáticas; Promat; Jogos matemáticos.

1 Introdução

O curso superior em Matemática – Licenciatura da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), tem o objetivo de preparar os estudantes para a prática docente, além de ensinar as técnicas necessárias para o desenvolvimento dessa ciência, como nos cursos de bacharelado em Matemática, mas sem o aprofundamento metodológico das leis e das regras intrínsecas ao fazer matemática. Nisso, o curso tem passado por novas configurações no seu Projeto Político Pedagógico (PPP) desde 2015, sendo que a configuração atual diz respeito à Resolução 256/2016-CEPE. Esse novo PPP foi elaborado com o objetivo de modernizar a estrutura curricular do curso, alinhando-a às diretrizes nacionais para a formação de professores e promovendo uma integração mais efetiva entre os componentes teóricos e as práticas de ensino.

Nossa turma teve a particularidade de ser a primeira a ingressar sob as diretrizes do novo PPP, o que se refletiu diretamente em nossa trajetória acadêmica. A nova proposta trouxe alterações na organização das disciplinas, na distribuição da carga horária e na valorização das práticas pedagógicas.

Neste âmbito, o Programa de Acesso e de Permanência de Estudantes da Rede Pública de Ensino em Universidades Públicas: Um Enfoque à Área de Matemática, conhecido como Promat, é uma ferramenta utilizada pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste) desde 2009 e que possui grande relevância para o ensino e aprendizagem dos futuros docentes.

O Promat consiste em um curso ofertado aos estudantes da rede pública em dois momentos: o primeiro possuindo foco nos conteúdos do Ensino Fundamental, Anos Finais, e ofertado no primeiro semestre de cada ano letivo seguindo o calendário da Unioeste, sendo que a turma responsável é a do terceiro ano; e o segundo momento possuindo foco nos conteúdos do Ensino Médio, ofertado no segundo semestre de cada ano letivo e com a turma responsável sendo a de quarto ano. O objetivo do Promat está relacionado a minimizar a precariedade existente na formação matemática fornecida aos jovens estudantes, enfocando em ações que promovam o acesso e a permanência de estudantes da rede pública de ensino na Unioeste (Langer, 2025).

Sendo assim, durante a formação, o desenvolvimento de Plano de Aula nas disciplinas teóricas que formam o curso de Matemática – Licenciatura (Didática, Psicologia, Educação Matemática Inclusiva etc.) possuem um caráter disciplinar com pouco peso no que se relaciona à prática docente, isto é, por mais que tenham sua importância no desenvolvimento acadêmico, ainda se baseiam em cenários fictícios, aos quais não se tem perspectiva de utilização em sala de aula. Agora, durante o período de desenvolvimento do Promat, que ocorre dentro da disciplina de Metodologias e Práticas de Ensino, esse peso é evidenciado a cada encontro planejado, isto é, o Plano de Aula deve ser feito com o prazo de sua execução determinado, trazendo a responsabilidade para os acadêmicos em adequá-lo às especificidades da turma a qual estão ministrando os conteúdos propostos.

Além disso, as dificuldades dos estudantes do Ensino Básico em relação à Matemática têm motivos diversos aos quais Lira, Silva e Neto (2024) destacam os seguintes: a necessidade do campo matemático em um alto grau de união de habilidades cognitivas que por mais que não sejam exclusivas da Matemática, interferem diretamente no desenvolvimento cognitivo relacionado à essa área; a dificuldade do aprendizado da disciplina de matemática no sentido

dos estudantes encararem os desafios estipulados e sentirem-se confiantes de que possuem os conhecimentos necessários para ultrapassá-los, gerando assim, um propósito pertinente ao que se está aprendendo; o desinteresse do aluno pela Matemática, dado que muitos dos estudantes do Ensino Básico, por não desenvolverem os processos básicos de lógica matemática e resolução de problemas, criam aversão pelo campo matemático; a falta de leitura e, conseqüentemente, a falta de interpretação de texto, que acarreta numa dificuldade de abstração quanto aos objetos matemáticos; as lacunas existentes nos conteúdos elementares, que podem ser ocasionadas por diversos motivos, inclusive os mencionados aqui; a falta de apoio dos pais, que muitas vezes causam um desestímulo quanto ao aprender num geral; e as metodologias dos professores, que, se não pensadas para o público em que são voltadas, ocasionam em um maior desinteresse do estudante quanto ao conteúdo ministrado.

Diante do exposto e enfatizando o último tópico que pode ocasionar as dificuldades dos estudantes do Ensino Básico em relação à Matemática – as metodologias dos professores –, o desenvolvimento das aulas do Promat as quais nos propomos a elaborar, buscam diversificar as maneiras de apresentação e elucidação dos conteúdos matemáticos propostos, por meio de dinâmicas realizadas em cada encontro. Nisso, o presente artigo expõe nossa análise das práticas pedagógicas sobre o uso de dinâmicas matemáticas, ou adaptadas aos conceitos trabalhados durante os dez encontros do curso, como meio de avaliação didática em relação às dificuldades apresentadas pelos estudantes.

Essa proposta metodológica visa desenvolver o raciocínio lógico, a atenção e a capacidade de interpretação dos estudantes, além de estimular a participação em grupo de forma leve e colaborativa.

2 Metodologia

2.1 Dinâmicas

O quadro a seguir relaciona os temas principais trabalhados em cada encontro do Promat e as dinâmicas propostas em plano de aula:

Data do encontro	Bloco Temático	Tema(s)	Dinâmica(s)
10/05/2025	Aritmética, os Racionais e	Conjuntos Numéricos	<ul style="list-style-type: none"> • Dinâmica “Viagem à Lua”; • Dinâmica dos Conjuntos com Caixas;

	Noções de Proporcionalidade		<ul style="list-style-type: none"> • Dinâmica dos Quatro Quatros.
17/05/2025		Fração, Decimal e Porcentagem	<ul style="list-style-type: none"> • Dinâmicas com Tangran (Criação de silhuetas e quadrado); • Dinâmica Dominó de Frações com Tangram.
24/05/2025		Proporcionalidade	<ul style="list-style-type: none"> • Dinâmica STOP; • Dinâmica dos copos e bolinha (primeira aplicação).
31/05/2025	Geometria	Polígonos	<ul style="list-style-type: none"> • Dinâmica "o mestre mandou" de ângulos; • Dinâmica dos polígonos.
07/06/2025		Triângulos	<ul style="list-style-type: none"> • Dinâmica da condição de existência dos triângulos; • Dinâmica dos ângulos internos de um triângulo; • Dinâmica de construção de figuras planas a partir de triângulos;
14/06/2025		Geometria Espacial	<ul style="list-style-type: none"> • Dinâmica da Relação de Euler; • Dinâmica de montagem de figuras geométricas espaciais; • Dinâmica "jogo da Memória de planificações".
21/06/2025		Expressões Algébricas	<ul style="list-style-type: none"> • Dinâmica com software "Explorador da Igualdade"; • Dinâmica com Algeplan.
28/06/2025	Álgebra	Equações do 1º grau	<ul style="list-style-type: none"> • Dinâmica "Bingo das Equações".
05/07/2025		Funções do 1º grau	<ul style="list-style-type: none"> • Dinâmica "Você diz e eu digo!"; • Dinâmica dos copos e bolinha (segunda aplicação).

12/07/2025	Confraternização	Dinâmicas finais	<ul style="list-style-type: none"> • Dinâmica das peças coloridas; • Dinâmica dos copos e bolinha (terceira aplicação).
------------	------------------	------------------	---

Em relação ao bloco temático de Aritmética, os Racionais e Noções de Proporcionalidade que foi trabalhado nos encontros 1 - Conjuntos Numéricos, 2 - Frações, Decimais e Porcentagem e 3 - Proporcionalidade, as dinâmicas elaboradas foram:

- **Dinâmica “Viagem à Lua”:** A dinâmica consiste em uma atividade interativa que se inicia com a apresentação individual de cada participante, que deve dizer seu nome, idade, o colégio em que estuda (ou o curso superior, se for o caso) e o curso que pretende fazer. Em seguida, é proposta uma brincadeira chamada “Viagem para a Lua”, na qual cada aluno deve escolher um objeto que levaria para essa viagem, obedecendo a uma regra que não é revelada de imediato. A lógica por trás da escolha correta é que só é possível “levar para a Lua” objetos cuja primeira letra seja a mesma inicial do nome do participante. A cada rodada, os estudantes que ainda não descobriram a regra têm a chance de observar as escolhas dos colegas que já compreenderam a lógica, além de receberem pequenas pistas dos discentes-professores. Após três rodadas, a regra é finalmente revelada para aqueles que ainda não a identificaram;
- **Dinâmica dos Conjuntos com Caixas:** A dinâmica consiste em uma atividade sensorial e de trabalho em grupo, que teve como objetivo estimular a percepção tátil, o raciocínio indutivo e a construção coletiva do conhecimento. Para realizá-la, os alunos foram organizados em sete grupos, com quatro integrantes em cada. Três caixas fechadas, contendo objetos misteriosos, foram disponibilizadas no ambiente. Cada caixa possuía apenas uma entrada por onde os alunos podiam introduzir a mão, impedindo assim qualquer visualização do interior. A cada rodada, um integrante de cada grupo era escolhido para colocar a mão dentro da caixa e, durante o tempo de um minuto, tentar identificar sem ver quais eram os objetos e qual característica comum havia entre eles. Em seguida, esse participante retornava ao grupo e compartilhava o que sentiu e observou, para que, juntos, em até quatro minutos, os colegas pudessem discutir e propor uma denominação coerente para o conjunto de objetos daquela caixa. Esse processo se repetiu até que todos os grupos passassem pelas três caixas;

- **Dinâmica dos “Quatro Quatros”:** Os estudantes foram instigados a resolver um problema matemático de forma criativa e lógica. A proposta era utilizar exatamente quatro algarismos 4 e combiná-los com operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) para formar expressões cujo resultado fosse cada um dos números de 0 (zero) até 10 (dez);
- **Dinâmicas com Tangram (Criação de silhuetas e quadrado):** Essas dinâmicas consistem em um trabalho mais lúdico e exploratório com conceitos geométricos. É entregue uma folha com silhuetas de figuras construídas com o Tangram, com o objetivo de permitir que, num primeiro momento, os estudantes se familiarizassem com as peças, suas formas e as possibilidades de criação. Após essa exploração inicial, os discentes-professores lançaram o desafio de reconstruir o quadrado original utilizando todas as sete peças do Tangram, sem sobreposições. Por fim, pode-se estabelecer um paralelo entre as diferentes peças com as frações ao demonstrar que elas, as peças em formato de figuras geométricas planas, são parte de um todo, o quadrado original;
- **Dinâmica Dominó de Frações com Tangram:** Baseia-se na adaptação do famoso jogo de “dominó” em que as peças são formadas pela representação de uma fração, em um de seus lados, e pela representação figural com peças de Tangram, no outro lado;
- **Dinâmica STOP:** Consiste em uma adaptação do jogo popular “Stop”, voltada ao reforço de conteúdos matemáticos, mais precisamente, as frações, os números decimais e as porcentagens, todas formas distintas de representação de números Racionais. Os estudantes foram organizados em grupos de quatro integrantes e cada equipe recebeu uma tabela com as categorias: fração irredutível, tipo de fração, numerador, denominador, número decimal e porcentagem. Em cada rodada, um membro de cada grupo preenchia a primeira linha da tabela com exemplos correspondentes. Ao terminar, o estudante gritava “stop” para interromper os demais. O professor então verificava as respostas e, se todas estivessem corretas, a equipe pontuava. Caso houvesse erro, a rodada continuava até que outro grupo completasse a linha corretamente. A atividade seguiu até a décima rodada;
- **Dinâmica do copo e bolinha (primeira aplicação):** Consiste numa dinâmica de desafio entre equipes, ou seja, as equipes tinham até cinco minutos para responder a questões dadas pelos professores-discentes, trabalhando de forma colaborativa para encontrar a resposta correta. Em seguida, um integrante de cada grupo tinha a responsabilidade de

jogar uma bolinha em direção a dez copinhos organizados e enumerados à sua frente, se acertasse um dos copinhos em três tentativas, o estudante garantia uma recompensa ao seu grupo, que constava de pontos extras variados de acordo com o número do copo acertado, ao respectivo grupo. Ao final de cada rodada, os professores-discentes realizavam a correção coletiva das respostas e anotava as pontuações de cada equipe.

Em relação ao bloco temático de Geometria, que foi trabalhado nos encontros 4 - Polígonos, 5 - Triângulos e 6 - Geometria Espacial, as dinâmicas elaboradas foram:

- **Dinâmica “o mestre mandou” de ângulos:** Esta atividade consiste na adaptação do conhecido jogo o mestre mandou, em que os participantes devem executar comandos falados em voz alta pela pessoa designada como “mestre”. Assim como a dinâmica de inspiração, os comandos a serem cumpridos devem sempre começar da seguinte forma “o mestre mandou...” seguido da ação a ser feita que, para esta adaptação, se limitam a: “... fazer um ângulo nulo”; “... fazer um ângulo agudo”; “... fazer um ângulo reto”; “... fazer um ângulo obtuso”; ou “... fazer um ângulo raso”. As ações a serem desenvolvidas, por sua vez, consistem em formar com os braços, ângulos que correspondem ao comando dado. Caso o participante não realize o comando corretamente ou se o comando não inicia com “o mestre mandou...” e o participante realizar qualquer movimento, ele é eliminado. O objetivo da atividade consiste em fixar as nomenclaturas e definições dos ângulos trabalhados durante a aula: nulo (igual a 0° ou 360°); agudo (maior que 0° e menor que 90°); reto (igual a 90°); obtuso (maior que 90° e menor que 180°); e raso (igual a 180°). Esta dinâmica se mostra interessante devido ao fato de ser uma forma de avaliação com resultados imediatos sobre conceitos básicos ensinados, isto é, embora exija raciocínio rápido, a partir de sua aplicação, podemos ter a noção dos estudantes que assimilaram o conteúdo e os que possuem dificuldades, principalmente se for bem recebida pela turma;
- **Dinâmica dos polígonos:** Se baseia em um jogo com dois formatos de peças, as que possuem 1) a nomenclatura dos polígonos e as que possuem 2) metade de um polígono qualquer. Os jogadores (até quatro) recebem doze peças 1) e as peças 2) devem ficar espalhadas sobre a mesa viradas para baixo. O primeiro jogador deve virar duas das peças sobre a mesa e analisar se elas formam um polígono, se não, passa-se a vez, mas se sim, o jogador deve ter a peça 1) que seja a nomenclatura do polígono formado, caso possua, ele forma uma combinação, caso não, as peças continuam viradas para cima e é

passada a vez. O jogo encerra quando não for mais possível formar combinações e o ganhador é aquele que tiver o maior número de combinações em sua posse.

A proposta do jogo se dá pela assimilação da nomenclatura dos polígonos em relação aos seus lados (até doze) e a formação de polígonos côncavos e convexos. Isto é, como o reconhecimento dos polígonos se dá pelas definições de polígonos côncavos, que possuem pelo menos um ângulo maior que 180° , e convexos, que todos os ângulos são menores de 180° , sendo estes mais estudados devido suas propriedades poderem ser estendidas para os outros, a nomenclatura dos polígonos não depende dessas definições, o que pode gerar erros epistemológicos para os estudantes e que, por diversos motivos, não são elucidados durante o ensino regular;

- **Dinâmica da condição de existência de triângulos:** Nessa dinâmica, foram distribuídos 6 palitos de picolé para os estudantes que deveriam formar a maior quantidade de triângulos que conseguissem com 3, 4, 5 ou 6 palitos de cada vez, sem a sobreposição deles, ou seja, os palitos só poderiam ser utilizados para formar os lados dos triângulos, não sendo permitido que um palito fique sobre outro. Esta atividade tem o objetivo de demonstrar, sem a formalização prévia, a condição de existência de triângulos que pode ser resumida por: um triângulo só existe se a soma dos lados menores for maior que o lado maior, sendo que, se houver dois lados iguais e o terceiro for o menor ou os três lados com mesma medida, o triângulo é possível;
- **Dinâmica dos ângulos internos de um triângulo:** Consiste no recorde de triângulos diversos e união dos ângulos formados por seus lados para a constatação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° ;
- **Dinâmica de construção de figuras planas a partir de triângulos:** Nesta atividade, foram distribuídos um círculo e dois triângulos retângulos para cada estudante e o objetivo é recortar o círculo formando ângulos de 30° , 60° e 90° , formar todos os polígonos convexos possíveis com esses triângulos e verificar os ângulos dos polígonos formados;
- **Dinâmica da Relação de Euler:** Foram distribuídos vários poliedros aos estudantes e, em conjunto com os discentes-professores, elucidou-se sem formalização prévia, a Relação de Euler a partir dos poliedros analisados;

- **Dinâmica de montagem de figuras geométricas espaciais:** Com objetivo de fazer a relação entre a geometria espacial com a geometria plana, a dinâmica consiste em formar poliedros regulares a partir de suas planificações;
- **Dinâmico “jogo da memória de planificações”:** Consiste numa adaptação do jogo da memória para as ideias de geometria, fazendo as relações necessárias de planificação, nomenclatura e poliedro trabalhado. Ou seja, nessa adaptação, há a possibilidade de fazer os pares das seguintes formas: planificação e nomenclatura, planificação e poliedro e nomenclatura e poliedro;

Em relação ao bloco temático de Álgebra, que foram trabalhados nos encontros 7 - Expressões Algébricas, 8 - Equações do primeiro grau, e 9 - Função do primeiro grau e ao encontro 10 - Confraternização, as dinâmicas trabalhadas foram:

- **Dinâmica com *software* "Explorador da Igualdade":** Consiste em explicar para os estudantes, de forma breve, sobre a resolução de equações a partir do *software* intitulado “Explorador de Igualdade”, disponibilizado pela plataforma Phet Colorado, no *link*: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/equality-explorer;
- **Dinâmica com Algeplan:** Para essa dinâmica, os estudantes foram divididos em grupos e foi entregue uma caixa do jogo Algeplan, que consiste em peças em formato de quadrados e retângulos com lados que se relacionam por uma medida apenas, com o objetivo de introduzir e explicar o conteúdo sobre os produtos notáveis, abordando também a fatoração;
- **Dinâmica “Bingo das Equações”:** Consiste numa adaptação do jogo popular conhecido por “bingo” com objetivo didático de ensino de equações do primeiro grau. Nisso foi entregue uma cartela de “bingo” contendo oito números aleatórios, que correspondem às respostas de equações do primeiro grau com uma variável. Essas equações, impressas em papel, seriam sorteadas pelos discentes-professores e dados cinco minutos para que os estudantes possam realizar os cálculos e conferir o valor em sua cartela. Ganha o primeiro que, por sorte, forem sorteadas as equações que correspondam aos valores presentes em sua cartela e, por destreza matemática, noção básica de resolução de equações e/ou por trabalho em grupo, pudesse aplicar os cálculos necessários para obtenção desses valores antes de o tempo encerrar;

- **Dinâmica “você diz, eu digo”:** Esta dinâmica é uma atividade com o objetivo de fazer com que os estudantes compreendessem a lei de formação de uma função. Consistindo em pedir aos estudantes valores quaisquer reais, mas de preferência inteiros, que seriam utilizados como domínio, a partir de funções previamente escolhidas pelos discentes-professores e não declaradas aos estudantes, de forma mental pelos próprios discentes-professores que informavam apenas o resultado, isto é, a imagem da função. Após alguns valores serem preenchidos em tabela feita no quadro, os estudantes teriam de analisar os resultados e atribuir uma função que satisfaça os valores da tabela. Isto é, eles deveriam aplicar os conhecimentos trabalhados para fornecer a função e não apenas um valor, como é o mais comum nos exercícios de função do primeiro grau;
- **Dinâmica dos Copos e Bolinha (segunda aplicação):** Essa dinâmica já havia sido realizada em um encontro anterior cujo conteúdo ministrado foi relativo à proporcionalidade, no bloco temático de aritmética, sendo assim, as regras foram basicamente as mesmas, mudando algumas pequenas coisas somente;
- **Dinâmica das Peças Coloridas:** Essa dinâmica foi realizada no último encontro do Promat, reservado para uma competição entre grupos formados por estudantes de todas as turmas e para uma confraternização de encerramento do curso. A dinâmica consiste em um pote com várias peças das cores azul, amarelo, vermelho e verde, previamente contadas as suas respectivas quantidades. O objetivo dos estudantes seria de determinar a porcentagem de cada cor das peças, sendo necessário à sua separação, contagem precisa da quantidade e cálculo da porcentagem;
- **Dinâmica dos Copos e Bolinha (terceira aplicação):** Novamente, foi decidido incorporar essa dinâmica no último encontro do Promat, porém, com regras diferentes. Dessa vez havia 15 copos plásticos que continham em seu interior um número de 1 a 15 que (diferentemente das dinâmicas anteriores feitas pelo grupo) representavam exercícios referente a expressões algébricas de variados níveis de dificuldade.

2.2 Síntese e referencial teórico

O uso de jogos no ensino da matemática tem se destacado como uma prática pedagógica capaz de promover uma aprendizagem mais significativa, criativa e prazerosa. Segundo Smole, Diniz e Milani (2007), os jogos estimulam habilidades como observação, argumentação, tomada de decisões e raciocínio lógico, favorecendo a construção ativa do conhecimento. Para

Kishimoto (2010), essa abordagem contribui para que os estudantes atribuam significados culturais aos conceitos matemáticos, tornando-os mais próximos de sua realidade.

Além disso, como aponta Ribeiro (2008), o caráter lúdico dos jogos potencializa o engajamento dos estudantes, ao mesmo tempo em que estimula a resolução de problemas e o desenvolvimento cognitivo. Apesar de seu reconhecido valor, a aplicação de jogos ainda enfrenta obstáculos, como a falta de tempo e estrutura, além da necessidade de planejamento adequado por parte do professor. Mesmo assim, os benefícios pedagógicos são evidentes, pois os jogos contribuem para a identificação de dificuldades e fortalecem o processo de ensino-aprendizagem de forma integral.

Sendo assim, a experiência obtida ao aplicar as dinâmicas elencadas na seção anterior, permitiram aos discentes observar como a proposta do jogo e do lúdico se misturam para potencializar o caráter pedagógico de uma aula.

Nisso, podemos destacar que os estudantes mostraram interesse pela resolução dos desafios impostos a cada dinâmica, demonstrando motivação e confiança, o que foi impulsionado pela socialização proporcionada pela participação em equipe na maioria das dinâmicas elaboradas (Pereira, 2021, pp. 23). Em outras palavras, podemos destacar que a proposta lúdica estabelecida para as aulas, deram oportunidades de os estudantes construir conhecimento a partir de suas próprias percepções e da colaboração com os colegas, valorizando o conhecimento construído coletivamente.

Portanto, o uso de dinâmicas estabelece o estímulo à autonomia na aprendizagem dos estudantes por meio de uma proposta que foge da abordagem tradicional da matemática, sem renunciar aos conteúdos curriculares. A troca de ideias entre os colegas, a reformulação de tentativas e a persistência diante de desafios evidenciaram a importância de atividades que valorizam o processo, e não apenas a resposta correta.

Buscou-se promover uma aprendizagem significativa e participativa, que respeita diferentes estilos de aprendizagem e estimula a autonomia dos estudantes, principalmente pela diversificação nas propostas desenvolvidas, que permitiram abordar as diferentes formas de representações matemáticas com finalidade de trazer maior elucidação para os estudantes, o que vai de encontro com a Teoria de Registros de Representações Semióticas (TRRF):

A representação de um objeto e a conversão de representações entre registros, por exemplo, são comuns nas práticas do professor de Matemática em sala de

aula, quando este pretende fazer com que os seus alunos compreendam uma determinada noção de difícil entendimento no registro no qual o objeto foi inicialmente apresentado. No momento em que o professor realiza essa conversão, não implica, necessariamente que ele queira reforçar a estreita relação existente entre os registros que mobilizou. (Henriques, Almouloud, 2016)

Ou seja, a aplicação de diferentes formas de dinâmicas vai de encontro com a TRRS no que diz respeito ao desenvolvimento das diferentes maneiras de representação dos conteúdos matemáticos, pois os estudantes podem se valer de pelo menos uma para seu aprendizado dos conteúdos vistos. Sendo assim, os jogos e dinâmicas favorecem os estudantes para aquisição dos conhecimentos necessários para resolver os problemas dados, mas não podem ser tomados como única forma de aplicação dos conhecimentos trabalhados. Nisso, o uso de dinâmicas se mostra uma ferramenta de auxílio matemático de relevância importante para a fixação dos conteúdos, mas não substitui os momentos de elucidação dos conceitos e formalização das definições.

As dinâmicas também podem ser utilizadas como método avaliativo no que Linhares (1998) chama de avaliação dinâmica ou assistida, consistindo em uma avaliação interativa, incluindo o ensino durante o processo (Pasqualy, Eyng, 2012).

Por fim, a competição estabelecida entre os grupos durante dinâmicas de grupo contra grupo, contribuiu para manter o foco e a motivação, enquanto os professores-discentes puderam identificar dúvidas recorrentes e retomar pontos importantes que se mostraram como lacunas na compreensão matemática dos estudantes. A mediação dos discentes teve papel essencial ao guiar sutilmente os processos, sem fornecer a resposta diretamente, mas incentivando a reflexão e o pensamento autônomo dos estudantes. Em análise, os estudantes foram bem receptivos no desenvolvimento das dinâmicas, mostrando-se interessados e participativos. Isto é, podemos analisar a atividade de forma positiva, sobre o parâmetro de envolvimento dos estudantes, e inferir a boa assimilação dos conceitos pela maioria deles.

3 Considerações Finais

O ensino e aprendizado nas turmas do ensino básico traz desafios relacionados à heterogeneidade dos estudantes, à complexidade de conteúdos e aos problemas de aprendizado de cunho pedagógico, de infraestrutura ou metodológico. Isto é reflexo de práticas educacionais que perpassam os âmbitos sociais familiares, escolares e políticos, ou seja, dependem desses campos sociais para serem bem elaboradas.

No que tange ao âmbito escolar, em relação à disciplina de matemática, a dificuldade de assimilação dos conteúdos possui várias causas, sendo destacados: “o conceito pré-formado de que a ‘Matemática é difícil’; a capacitação dos professores; a metodologia tradicional com ênfase excessiva ao cálculo; a busca inadequada a novos recursos pedagógicos; a falta de contextualização; e a linguagem (Silva, 2005). Neste artigo, procuramos estabelecer a noção sobre o uso das dinâmicas, ou jogos, como meio de minimizar as dificuldades encontradas com relação aos conteúdos trabalhados.

Nessa perspectiva, constatamos que o uso de dinâmicas desperta a receptividade dos estudantes que se sentem atraídos e envolvidos pelas atividades, as quais não estão acostumados a realizar durante o ensino regular, muitas vezes engessado dentro dos parâmetros curriculares estabelecidos pela BNCC ou pelos currículos próprios de cada estado brasileiro, responsáveis, muitas vezes, pela limitação da atuação do professor quanto ao nível de aprofundamento necessário em determinado conteúdo. Em paralelo, o uso de dinâmicas em grupos, com ou sem o ímpeto competitivo, provoca um senso de participação satisfatório, com os estudantes adquirindo responsabilidade de participação e auxílio, pois isso impactará diretamente sobre o desempenho do grupo.

Percebemos também que o uso de dinâmicas pode ser utilizado como forma de avaliação com um retorno imediato ao docente sobre o ensino ministrado, podendo ser avaliada a assimilação dos conteúdos pelos estudantes e o senso de participação em grupo inerente às dinâmicas em equipes. Esses fatos, porém, não são argumentos para transformar as aulas em pura aplicação de dinâmicas, ou jogos. O ensino de matemática requer a apresentação de diferentes formas de se observar o mesmo objeto matemático, solicitando que o professor elabore um plano que seja condizente com o tema da aula e que possua uma diversidade quanto aos registros e representações utilizadas.

Em outras palavras, as dinâmicas devem ser utilizadas como complementação aos conceitos trabalhados durante as aulas, sendo que do contrário, há a possibilidade de os elementos matemáticos não serem elaborados da forma correta, tornando o uso das dinâmicas como um recurso com menor, ou nenhum, potencial de aprendizagem, correndo o risco, também, de os estudantes desenvolverem aversão à realização das atividades propostas.

4 Referências

Henriques, A. Almouloud, S. Ag. **Teoria de registros de representação semiótica em pesquisas na educação matemática no ensino superior**: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software maple. *Ciência Educação*. Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

Kishimoto, T. M. **O jogo e a educação infantil**. Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. São Paulo: Cortez, 2010.

Langer, A. E. S. **Plano de ensino da disciplina metodologia e prática de ensino de matemática – estágio supervisionado I**. 2025. Unioeste *campus* Cascavel, 2025.

Linhares, M. B. M.; Santa Maria, M. R.; Escolano, A. C. M.; Gera, A. A. S. **Avaliação assistida**: uma abordagem promissora na avaliação cognitiva de crianças. *Temas em Psicologia*. v. 6, n. 3. p. 231-254, 1998. Disponível em: <https://pepsic.bvsalud.org/pdf/tp/v6n3/v6n3a07.pdf>. Acesso em 28 de julho de 2025.

Lira, J. V. D. Silva, M. V. R da; Neto, J. F. da S. **Dificuldades de aprendizagem matemática**: o que dizem as pesquisas recentes. *Educação Matemática em Revista*. Ano 25. Rio Grande do sul. n, 25. v, 1. p, 56. 2024.

Pasqualy, L. C. F. Eyng, C. R. **Avaliação dinâmica**: relato de uma investigação no ensino fundamental. Unioeste – Marechal Cândido Rondon. 2012. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_unioeste_ped_artigo_lucia_clair_flach_pasquali.pdf. Acesso em 28 de julho de 2025.

Pereira, C. de S. **O trabalho em grupos na aula de matemática**. Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. Belo Horizonte. Minas Gerais. 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/44764/1/com%20recurso%20-%20VERS%20c3%83O%20FINAL%20-%20CRISTIANE%20DE%20SOUZA%20PEREIRA%20%281%29.pdf>. Acesso em 28 de julho de 2025.

Ribeiro, F. D. **Jogos e modelagem na educação matemática**. Curitiba: Ibplex, 2008. 124p.

Silva, J. A. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática**: algumas considerações. Universidade Católica de Brasília - UCB. 2005.

Smole, K. S. Diniz, M. I. Milani, E. **Jogos de Matemática: 6º ao 9º ano**. Porto Alegre: Artmed. 2007. pp. 9-22.

Cronograma

Tabela 1: Cronograma dos encontros e conteúdos trabalhados

Encontro	Data	Conteúdo
----------	------	----------

1	10/05/2025	Números (conjuntos e operações), Expressões numéricas
2	17/05/2025	Frações, Números Decimais e Porcentagem
3	24/05/2025	Proporcionalidade
4	31/05/2025	Polígonos
5	07/06/2025	Triângulos
6	14/06/2025	Geometria Espacial
7	21/06/2025	Expressões Algébricas
8	28/06/2025	Equação do primeiro grau
9	05/07/2025	Função do primeiro grau
10	12/07/2025	Gincana final dos conteúdos abordados ao longo do Promat

Fonte: Acervo dos autores.

Plano de aula 1º encontro - 10 de maio de 2025

Público-alvo: Estudantes do Ensino Médio e ingressantes do Ensino Superior.

Professores: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

Objetivos Gerais: Abordar os conceitos básicos de cada tópico, demonstrando a importância da matemática para a sociedade atual. Destacar as diferentes representações numéricas nas civilizações através da história e as operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Desenvolver as expressões numéricas considerando os graus de prioridade na resolução.

Objetivos Específicos:

- Introduzir e elucidar o conceito de algarismo;

- Introduzir e elucidar o conceito de número;
- Introduzir e elucidar o conceito de conjunto;
- Destacar os conjuntos numéricos como objeto de estudo da matemática;
- Compreender as operações matemáticas básicas;
- Desenvolver as expressões numéricas como interação entre os números e as operações.

Conteúdo: Algarismos, Números, Conjuntos Numéricos, Operações e Expressões Numéricas.

Tempo de execução: Um encontro do Promat (3h40 min)

Desenvolvimento

Dinâmica de apresentação (30 min):

Os discentes-professores iniciarão a aula se apresentando com algumas informações como: nome, idade, entre outras que acharem necessárias. Logo após, será realizada uma dinâmica intitulada “viagem à Lua” como proposta para a apresentação. Nesta dinâmica, uma regra é estabelecida pelo(a) desenvolvedor(a) sem que os participantes saibam. Em seguida, essa pessoa inicia a rodada dizendo que o grupo irá fazer uma viagem à Lua, e nessa viagem cada um pode levar determinadas “coisas”. O objetivo é que os participantes descubram qual a regra a partir da fala do(a) desenvolvedor(a) sobre quem pode levar aquilo que está dizendo que deseja levar.

Dada a proposta de apresentação, a regra estabelecida foi: só será permitido levar “coisas” para Lua que iniciem com a primeira letra do nome de cada um. Sendo assim, cada estudante deve se apresentar de forma breve, dizendo seu nome, idade, onde estuda e, se for o caso, qual o curso superior pretendido.

Espera-se a realização dessa dinâmica em quatro rodadas mediadas pelos discentes-professores em que cada rodada é regida da seguinte forma:

- 1ª rodada: Rodada teste. É provável que poucos, ou nenhum dos participantes descubram a regra nesta rodada, nisso, é importante ao(à) desenvolver(a) destacar que todos devem estar atentos à cada participante quando fala e ao que está falando;
- 2ª rodada: Nesta rodada, o(a) desenvolvedor(a) deve ajudar os participantes com um certo auxílio, como enfatizar o nome do participante da vez e, para aqueles que acertarem a regra, enfatizar também o que essa pessoa está levando;
- 3ª rodada: Nesta rodada, o(a) desenvolvedor(a) pode auxiliar os participantes com dicas de “coisas” que ele/a pode levar à Lua;
- 4ª rodada: Uma rodada extra para certificar quais participantes compreenderam a regra estipulada, e quais não.

Desenvolvimento dos conceitos de Algarismo e Número (1h30min):

Após a dinâmica de apresentação, tem-se início à aula com a apresentação dos conceitos entre número e algarismo com auxílio dos *slides* e do material complementar. Neste momento serão destacadas as diferentes representações dos algarismos através dos tempos e das diferentes civilizações. O conceito de número é introduzido logo após, e, como auxílio semiótico, haverá a reprodução do vídeo “A origem dos números”, disponível na plataforma YouTube pelo link: <https://www.youtube.com/watch?v=geyCDur6M9I>.

Trazendo o seguinte conceito de Algarismo, de acordo com o dicionário on-line de Oxford: algarismo é “cada um dos caracteres com que se representam os números”. E o seguinte conceito de Número de forma intuitiva como uma ideia fundamental da matemática usada para descrever o “quanto” de algo, ou para indicar a posição de algo em uma sequência. Ou seja, de maneira formal, definimos número como “um objeto abstrato da matemática usada para descrever uma quantidade, ordem ou medida” (Wikipédia, 2025).

Figura 1 - Representação dos sistemas de numeração



Fonte: Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=geyCDur6M9I>

Dinâmica de assimilação do conceito de Conjuntos (30 min):

Introduziremos o conceito de conjuntos de forma breve, pois o objetivo da dinâmica se encontra em trabalhar ludicamente este conceito. Logo, apresentaremos o conceito de conjunto tido como um agrupamento de elementos com características em comum.

Logo após desenvolveremos a dinâmica que visa a assimilação desse conceito. Para tal, os alunos serão separados em seis grupos. Serão dispostas três ou seis caixas (recipientes) com uma abertura superior de modo que não seja possível ver o que há dentro. Essas caixas conterão objetos que compartilham características em comum, sendo eles: esferas de diversos tamanhos, sólidos geométricos diversos e peças de xadrez em material “Etileno-Vinil-Acetato” (EVA).

Um integrante de cada grupo deve ir até o local em que as caixas foram deixadas e colocar a mão dentro de uma delas. Esse integrante terá um minuto para analisar o que há na caixa somente com o tato. Logo após, o aluno deve retornar ao grupo, possuindo dois minutos para explicar quais as características dos objetos contidos na caixa.

A dinâmica se repete até que todas as caixas sejam analisadas por cada um dos grupos. Vence o grupo que chegar mais perto da característica que define o conjunto de objetos

contidos em cada caixa. Será dado, como proposta de prêmio, uma caixa de BIS para o grupo vencedor.

Desenvolvimento dos conceitos de Conjuntos Numéricos, Operações Básicas e Expressões Numéricas (40 min):

Neste momento da aula, serão contextualizados os conjuntos numéricos, as operações básicas e as expressões numéricas, com auxílio do material em formato de *slides*, com os seguintes conceitos estabelecidos:

Conjunto Numérico: são conjuntos que agrupam números com características em comum;

Conjunto Numérico dos números Naturais: os primeiros a surgirem e representam a contagem: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$;

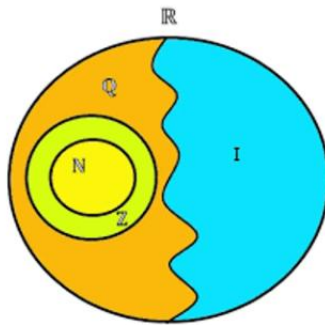
Conjunto Numérico dos números Inteiros: é composto pelos números Naturais em união com seus opostos: $\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$;

Conjunto Numérico dos números Racionais: é composto por todos os números que podem ser colocados em formato de fração: $\mathbb{Q} = \{a/b; \text{ com } a \text{ e } b \text{ pertencentes ao conjunto dos números inteiros, e } b \text{ diferente de zero}\}$;

Conjunto Numérico dos números Irracionais: é composto por números que não podem ser colocados em formato de fração, pois possuem uma dízima não periódica infinita; e

Conjunto Numérico dos números Reais: é a união dos números Racionais e dos números Irracionais;

Figura 2: Representação dos Conjuntos Numéricos pelo diagrama de Venn



Fonte: Vitor Nunes. <https://www.matematica.pt/faq/conjuntos.php>.

Dando sequência no conteúdo, trabalharemos as operações básicas da matemática e seus principais termos e noções relacionados a cada operação. Sendo eles, para adição: *agrupar/reunir/juntar* ou *acrescentar os valores numéricos*; para subtração: *retirar, comparar* ou *completar valores numéricos*; para multiplicação: *comparar, combinar, proporcionalidade* ou *organização dimensional*; e, para divisão: *partilha* ou *comparação*. Sendo, também, trabalhados exemplos resolvidos no quadro junto dos estudantes.

Por fim, faremos a conceitualização de expressões numéricas como compostas por diferentes operações que atuam em três ou mais números, fazendo a distinção de operação que atua em apenas dois números. Encerrando a aula com as ordens de prioridade de realização das operações para quando houver e quando não houver os sinais de agrupamento - parênteses, colchetes e chaves.

Materiais Utilizados:

- Quadro e Giz;
- *Slides*;
- Projetor e tela de projeção;
- Caixas (recipientes) para dinâmica de assimilação do conceito de Conjuntos;
- Objetos diversos para dinâmica de assimilação do conceito de Conjuntos;
- Impressão do Material Complementar para cada aluno;

Material Complementar para impressão:

Tabela 2 – Representação dos algarismos em diferentes sistemas

Numeração atual	Numeração maia	Numeração babilônica	Numeração egípcia	Numeração grega	Numeração romana
1	•	∟	∟	α	I
2	••	∟∟	∟∟	β	II
3	•••	∟∟∟	∟∟∟	γ	III
4	••••	∟∟∟∟	∟∟∟∟	δ	IV
5	—	∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟	ε	V
6	—•	∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟	ς	VI
7	—••	∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟	ζ	VII
8	—•••	∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟	η	VIII
9	—••••	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	θ	IX
10	===	<	∩	ι	X
20	⊖	<<	∩∩	κ	XX
50	≡	∟∟∟	∩∩∩∩∩	ν	L
100	⊖	∟∟∟∟	∩	ρ	C

Fonte: *Caleidoscop Matemático*, Nr. 1, Ianuarie 2018, p. 4

Lista de Exercícios:

1. (ENEM 2010) Considere os números: 2; -3; 0,122; 0,12 e $2-\sqrt{2}$.

Qual deles não pertence ao conjunto dos números racionais?

- a. 2 b. -3 c. 0,122 d. 0,12 e. $2-\sqrt{2}$

2. (ENEM 2012) Em uma escola, 31 alunos acertaram a primeira questão de uma prova, 8 acertaram as duas e 35 acertaram apenas uma das duas questões. Se 40 alunos erraram a segunda, quantos fizeram a prova?

- a. 43 b. 48 c. 52 d. 56 e. 60

3. (PUC-Rio 2008) Em um colégio com 100 alunos: 80 gostam de sorvete de chocolate, 70 de creme, 60 de ambos. Quantos não gostam de nenhum?
- a. 0 b. 10 c. 20 d. 30 e. 40
4. (UFF 2007) Sobre conjuntos numéricos, assinale a alternativa correta:
- a. O produto de dois números irracionais é sempre irracional.
- b. A soma de dois números irracionais é sempre irracional.
- c. Entre os números reais 3 e 4 existe apenas um número irracional.
- d. Entre dois números racionais distintos existe pelo menos um número racional.
5. (ENEM 2020) Um hotel numerou seus quartos de 100 a 199. Para identificar cada quarto, utiliza-se uma peça para cada algarismo. Qual a quantidade mínima de peças, simbolizando o algarismo 2, necessárias para identificar todos os quartos?
- a. 60 b. 120 c. 130 d. 157 e. 160
6. (ENEM 2020) Dentre os conjuntos numéricos, qual possui todos os números que podem ser escritos como fração?
- a. Naturais b. Inteiros c. Racionais d. Irracionais e. Reais
7. (Adaptado - UERJ) O número 3248 pode ser representado no sistema de numeração egípcio por uma combinação de símbolos para 100, 10 e 1. Utilizando a tabela dos números entregue a você pelos professores, escreva o número 3248 com os símbolos egípcios.
8. (Adaptado - Unicamp) O sistema maia de numeração utiliza símbolos para representar números em base 20. Qual é a representação do número 62 nesse sistema?
9. (ENEM – 2009) As abelhas domesticadas da América do Norte e da Europa estão desaparecendo, sem qualquer motivo (a fecundação das plantas). Anualmente,

apicultores americanos alugam 2 milhões de colmeias para polinização de lavouras. O sumiço das abelhas já inflacionou o preço de locação das colmeias. No ano passado, o aluguel de cada caixa (colmeia) com 50.000 abelhas estava na faixa de 75 dólares. Depois do ocorrido, aumentou para 150 dólares. A previsão é que falem abelhas para polinização neste ano nos EUA. ‘Somente as lavouras de amêndoa da Califórnia necessitam de 1,4 milhão de colmeias.

Disponível em: <http://veja.abril.com.br>. Acesso em: 23 fev. 2009 (adaptado).

De acordo com essas informações, o valor a ser gasto pelos agricultores das lavouras de amêndoa da Califórnia com o aluguel das colmeias será de:

- a. 4,2 mil dólares.
 - b. 210 milhões de dólares.
 - c. 105 milhões de dólares.
 - d. 300 milhões de dólares.
 - e. 150 milhões de dólares.
10. Na fazenda Morro Alto são produzidas laranjas. Assim que começou o período da colheita, uma grande produção já foi contabilizada. A tabela abaixo mostra a produção nos três primeiros dias.

Tabela 3 – Produção de laranjeiras por dias de colheita

Dias de colheita	Produção de laranjas
segunda-feira	3 265
terça-feira	4 127
quarta-feira	2 987

Fonte: Asth, s.d.

- a. Qual a produção total nos três primeiros dias?

- b. De quanto foi a queda na produção entre o dia de maior e menor produção?
11. Em um projeto para a construção de um cinema, os arquitetos estão avaliando a relação entre a quantidade de fileiras e a quantidade de cadeiras em cada fileira. O projeto inicial prevê uma sala para 304 pessoas. No caso de utilizarem 19 fileiras, o número de cadeiras por fileira será
- a. 14 b. 15 c. 16 d. 13 e. 12

Resolução da lista de exercícios:

1. (ENEM 2010)
Racionais: podem ser escritos como fração. $2-\sqrt{2}$ é irracional.
Resposta: e) $2-\sqrt{2}$.
2. (ENEM 2012)
31 acertaram a primeira, 8 as duas, 35 apenas uma, 40 erraram a segunda. Apenas primeira: $31 - 8 = 23$.
Erraram ambas: $40 - 23 = 17$.
Total: 35 (so uma) + 8 (duas) + 17 (nenhuma) = 60 .
Resposta: e) 60 .
3. (PUC-Rio 2008)
80 gostam de chocolate, 70 de creme, 60 de ambos.
Gostam de pelo menos um: $80 + 70 - 60 = 90$
Logo, não gostam de nenhum: $100 - 90 = 10$.
Resposta: b) 10 .
4. (UFF 2007)
Sobre conjuntos numéricos:
- a) Falsa: $2-\sqrt{2} = 2$ (racional).
- b) Falsa: $2-\sqrt{+(-2-\sqrt{2})} = 02+-2=0$ (racional).
- c) Falsa: há infinitos irracionais entre 3 e 4.

d) Verdadeira: entre dois racionais há infinitos racionais.

Resposta: d).

5. (ENEM 2020)

Quartos numerados de 100 a 199 (100 números). Contar quantas vezes aparece o dígito 2:

Na dezena: 120 a 129 -> 10 vezes. Na unidade: termina em 2 -> 102, 112, ..., 192 -> 10 vezes. Na centena: nenhum. Total estimado manual: 20 (mas gabarito ENEM: 157).

Resposta: d) 157.

6. (ENEM 2020)

Números que podem ser escritos como fração -> racionais.

Resposta: c) Racionais.

7. (UERJ)

Número 3248 em sistema egípcio.

Resposta:

Figura 3 – 3248 em algarismos romanos



Fonte: Brasil Escola

8. (Unicamp)

Sistema maia: base 20.

$$62 = 320 + 2.$$

Representado como (3, 2)

9. (ENEM – 2009)

$$1,4 \cdot 10^6 \cdot 75 = 105 \cdot 10^6 = 1051,4 \cdot 10^6 \cdot 75 = 105 \cdot 10^6 = 105 \text{ milhões de dólares.}$$

Resposta: c) 105 milhões de dólares.

10. a)

Figura 4 - Resolução da adição 3265 + 4127 + 2987

$$\begin{array}{r} \\ 1 \\ 3 2 6 5 \\ + 4 1 2 7 \\ 2 9 8 7 \\ \hline \mathbf{1 0 3 7 9} \end{array}$$

Fonte: Internet

Resposta: O total da produção nos três dias foi de 10 379 laranjas.

b) O dia de maior produção foi terça-feira, com 4 127 laranjas e, o de menor produção foi quarta-feira, com 2 987 laranjas. A diferença é o resultado da subtração entre estes valores.

Figura 5 - Resolução da subtração 4127 - 2987

$$\begin{array}{r} 3 4 10 1 1 2 7 \\ - 2 9 8 7 \\ \hline \mathbf{1 1 4 0} \end{array}$$

Fonte: Internet

Resposta: Portanto, da terça-feira para quarta-feira houve uma queda na produção de 140 laranjas.

11. Para determinar a quantidade de cadeiras por fileira devemos dividir a quantidade total de lugares no cinema, 304, pelo número de fileiras, 19.

$$304 : 19 = 16$$

Portanto, utilizando 19 fileiras, cada fileira terá 16 cadeiras.

Resposta correta: c) 16.

Referências:

Algarismo. *In*: Oxford languages. Oxfordshire, Oxford. 2025.

Andrade, T. M. **Jornadas**. Novos caminhos. Matemática. 6º ano. 1. ed. São Paulo. Saraiva Educação S.A., 2022.

Asth, R. C. 27 exercícios de matemática básica. **Toda Matéria**. s.d. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/exercicios-de-matematica-basica/>. Acesso em 12 de agosto de 2025.

Exercícios Brasil Escola. **Exercícios sobre números naturais**. Brasil escola. s. d. Disponível em: <https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-numeros-naturais.htm>. Acesso em 03 de maio de 2025.

Internet. **Número**. Wikipédia. 2025. Disponível em: <https://pt.m.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero#:~:text=N%C3%BAmero%20%C3%A9%20um%20objeto%20abstrato%20da%20matem%C3%A1tica,assimilados%20pela%20humanidade%20no%20processo%20de%20contagem>. Acesso em 03 de maio de 2025.

Giovanni Júnior, J. R. **A conquista da matemática**: 7º ano: ensino fundamental: anos finais. 4 ed. São Paulo. 2018. pág. 17.

Luiz, Robson. **Conjuntos**. Mundo educação. s. d. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/conjunto.htm>. Acesso em 06 de maio de 2025.

1º Relatório – Sala A207

Grupo de estagiários: Amanda Panfilio, Andreina Coser e Daniel Souza

No dia 10 de maio de 2025 iniciou-se o primeiro dos dez encontros do Promat, que foram ministrados pelos membros desse grupo de estagiários. Num primeiro momento, os alunos foram convidados a se sentarem nas mesas formando uma semicircunferência na sala, dado que assim, os discentes-professores poderiam elaborar melhor as dinâmicas pretendidas com a turma. Nesse momento já ficou compreensível aos estagiários que os alunos demonstraram ser um pouco introvertidos, porém isso foi compreendido pelo fato de ser o primeiro encontro do curso e que poderiam mudar após um convívio maior.

Logo após, foi aplicada uma dinâmica para apresentação dos estudantes e dos discentes-professores, que funcionou da seguinte forma: cada um devia dizer seu nome, sua idade, o colégio em que estuda (ou o curso superior, se fosse o caso), qual sua série/ano e o curso que pretende fazer. Para acompanhar melhor o andamento da dinâmica, os discentes-professores escreveram o nome de cada estudante no quadro para auxílio da memória; a cada rodada, os estudantes tinham uma nova oportunidade de descobrir a regra a partir do que os demais colegas que já haviam descoberto, estavam falando, e com as dicas dos discentes-professores. É relevante destacar que os estudantes, aos poucos, foram percebendo o princípio da dinâmica e conseguiam realizar a “brincadeira” de forma divertida, conseguindo assim ter uma melhor participação, se sentindo mais confiantes com as rodadas futuras. Após três rodadas, os discentes-professores revelaram a regra para aqueles que não haviam descoberto ainda, em seguida, deu-se início de fato, à aula.

Como o conteúdo trabalhado está relacionado aos conjuntos numéricos, as operações básicas da matemática e as noções de expressão numérica, os discentes-professores decidiram iniciar a conversa com os conceitos de algarismo e número. Para tal, a história da matemática foi utilizada, demonstrando as diferenças entre os algarismos em diferentes civilizações: Maias, Babilônica, Egípcia, Grega, Romana e a atual, que se utiliza dos algarismos Indo-Arábicos. E, para complementar essa parte do conteúdo, foi reproduzido um vídeo disponível na plataforma

YouTube. Nessa parte, foi perceptível que os estudantes acompanharam com atenção o que estava sendo proposto e não houve o levantamento de dúvidas.

Dando continuidade à aula, o próximo conteúdo abordado foi o de conjuntos numéricos. Sendo assim, os discentes-professores decidiram, após trazer a definição de conjuntos, realizar uma segunda dinâmica para a fixação do conceito. Para esta dinâmica, os alunos foram separados em sete grupos com quatro estudantes cada. A partir disso, três caixas com objetos distintos e misteriosos dentro foram postos à disposição dos estudantes.

A dinâmica se repetiu até que todos os grupos tivessem passado por cada uma das três caixas. Por fim, os discentes-professores fizeram uma tabela no quadro e perguntaram para cada grupo como eles nomeariam os conjuntos representados pelas caixas, de acordo com as características em comum dos objetos que perceberam dentro delas. Dentre os sete grupos, quatro puderam estabelecer características próximas aquelas determinadas pelos discentes-professores e foram recompensados com um agrado, uma barra de chocolate ou uma caixa de “BIS”. Em seguida, deu-se o tempo do intervalo, e os estudantes foram liberados por 20 minutos.

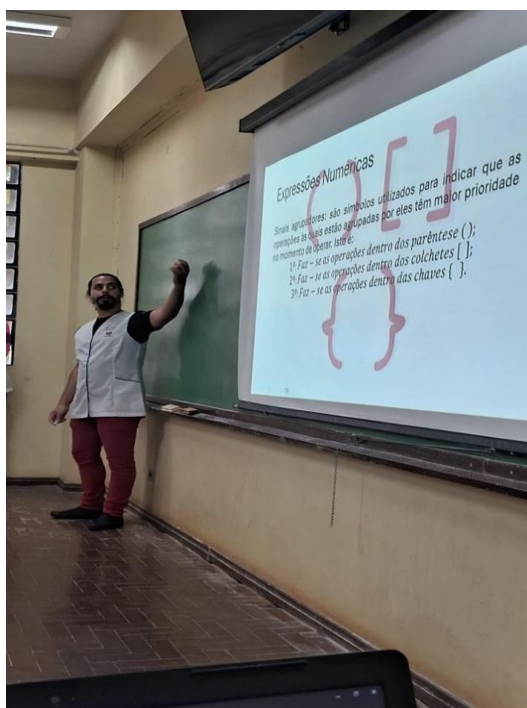
Passado o intervalo, deu-se continuidade ao conteúdo programado. Foram introduzidos os conjuntos numéricos estudados até o ensino médio – naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais – juntamente com algumas de suas características. Seguindo das operações matemáticas básicas – adição, subtração, multiplicação e divisão – com o enfoque nos sentidos de cada operação. Em consequente, tratou-se da definição de expressão numérica como o uso de números e operações, e suas ordens de prioridade quando há, e quando não há, símbolos agrupadores – chave {}, colchetes [] e parênteses ().

Ao término do conteúdo programado, restou 40 minutos antes do término da aula. Acreditamos que isso ocorreu pelo fato que, como sendo o primeiro dia, estávamos nervosos e podemos ter acelerado algumas partes do conteúdo com o medo de não dar tempo de finalizar. Para preencher este tempo, os discentes-professores decidiram passar um desafio relacionado ao conteúdo ministrado: os quatro quatos. Neste desafio, são dispostos quatro números quatos, e os estudantes deviam organizar as operações básicas e os símbolos agrupadores, se necessário, para fazer com que o resultado da expressão numérica utilizando esses quatro quatos seja os números 0 (zero) até 10 (dez). Por exemplo, para que o resultado seja 0 (zero), os estudantes poderiam organizar as operações da seguinte forma: $4 + 4 - 4 - 4 = 0$.

Foi possível notar que os estudantes se sentiram desafiados com o desafio, se empenhando em realizar todas as operações possíveis com o objetivo de encontrar todos os resultados possíveis, esses por mim, explicados pelos discentes-professores.

Com quinze minutos para o término da aula, os discentes-professores resolveram o desafio no quadro com a participação dos estudantes. E, por fim, foi distribuído uma lista de questões sobre o conteúdo para cada estudante presente; sendo também entregue uma lista para os estudantes poderem assinar seu nome para constar a presença e seu número de telefone, caso fosse o desejo deles, para a criação de um grupo futuramente; a resolução da lista de questão seria enviada em um momento perto do próximo encontro em um grupo de *WhatsApp* feito pelos discentes-professores, em que os estudantes também poderiam retirar dúvidas durante a semana antes do próximo encontro.

Figura 6 - Primeiro encontro do Promat



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Plano de aula 2º encontro - 17 de maio de 2025

Público-alvo: Estudantes do Ensino Médio e ingressantes do Ensino Superior.

Professores: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza.

Objetivos Gerais: Abordar de forma elucidativa o conceito de frações como pertencentes ao Conjunto dos Números Racionais (\mathbb{Q}), promovendo o entendimento de sua fundamentação e, a partir disso, desenvolver a aprendizagem por meio das diferentes representações de frações, com ênfase na representação figural. E utilizar esses conhecimentos para trabalhar as operações com frações. Além de desenvolver a definição de números decimais como consequência das frações – divisão do numerador pelo denominador – tomando, como consequência, que os números decimais são números Racionais. Por fim, introduzir o conceito de Porcentagem como uma forma de fração.

Objetivos Específicos:

- Introduzir e elucidar o conceito de frações e suas representações como pertencente ao Conjunto dos Números Racionais (\mathbb{Q});
- Abordar, com auxílio do Tangram como meio pedagógico, o conceito de fração;
- Demonstrar o conceito de números decimais como representação da divisão do numerador pelo denominador de uma fração;
- Compreender as operações matemáticas básicas aplicadas à fração;
- Compreender as operações matemáticas básicas aplicadas aos números decimais;
- Correlacionar o entendimento de porcentagem com a ideia de divisão de uma fração com denominador igual a 100.

Conteúdo: Frações, Números Decimais e Porcentagem.

Desenvolvimento

Apresentação do conceito de frações (15 min):

Antes da aula iniciar, os professores-discentes organizarão a sala de aula no formato de grupos, para que as dinâmicas sejam executadas dessa forma. Sendo assim, no primeiro momento, introduziremos o conceito de frações como um número pertencente ao Conjunto dos Números Racionais, da seguinte forma: “ação de quebrar, de partir uma coisa”, ou ainda “parte de um todo” (Dicio Dicionário on-line, 2025). Em outras palavras, a fração possui um formato próprio de representação em que um número inteiro fica sobre outro número inteiro não nulo. Definiremos neste momento também, que o número que fica na parte superior é chamado de numerador, enquanto o número que fica na parte inferior é chamado de denominador.

Ainda neste tópico, será elucidado que, para entender a fração, a relação existente entre o numerador, valor pego na divisão de um todo, e denominador, quantidade de divisão, fazendo análogos contextualizados, por exemplo, as fatias de pão, que representam o numerador, em relação à quantidade de fatias totais cortadas, que representam o denominador.

Dinâmica do Tangram (40 min):

Após introduzido o conceito de frações, distribuiremos Tangrams para os grupos junto de uma folha de silhuetas de formas que podem ser montadas com as peças do jogo. O objetivo é que os estudantes elaborem o máximo de construções possíveis em 20 minutos.

Passado esse tempo, o desafio passa a ser reconstruir a placa de jade quadrada da seguinte versão da lenda atrelada ao Tangram:

“Um sábio chinês deveria levar ao Imperador uma placa de jade quadrada, mas, no meio do caminho, o sábio tropeçou e deixou cair a placa que se partiu em sete pedaços geometricamente perfeitos. Eis que o sábio tentou remendar e, a cada tentativa, surgia uma nova figura. Depois de muito tentar, ele finalmente conseguiu formar novamente o quadrado e levou ao seu Imperador. Os sete pedaços representariam as sete virtudes chinesas onde uma delas com certeza seria a paciência. O sábio mostrou a seus amigos as figuras que havia conseguido montar e cada um construiu o seu Tangram.” (Pibid, 2014)

O grupo que primeiro fizer isso, receberá uma premiação. Por fim, serão resolvidas questões que associem o uso do Tangram com o conceito de frações prevendo a continuidade do conteúdo, ao qual abordaremos na sequência.

Frações Equivalentes e Operações com Frações (45 min):

Dando sequência ao conteúdo, serão trabalhados os conceitos de frações equivalentes com o intuito de elucidar as operações com frações. Sendo assim, a conceitualização será feita da seguinte forma: são frações que representam a mesma quantidade, mesmo que possuam numeradores e denominadores diferentes.

Sendo assim, utilizaremos as frações equivalentes como método para resolver as operações básicas envolvendo frações, trazendo as definições da seguinte forma:

- Adição e subtração com denominadores iguais: mantêm-se os denominadores, pois representam a mesma parte dos todos observados, e adicionamos ou subtraímos os numeradores;
- Adição e subtração com denominadores diferentes: com as frações equivalentes, vamos observar os múltiplos de cada denominador, buscando aqueles que são iguais para ambos e calculando a fração equivalente com esse novo denominador que é comum a ambas as frações, logo após, basta realizar a operação da forma mostrada anteriormente.

Observe que, ao utilizar o método mencionado, vamos evitar trabalhar com o método de calcular o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) de forma direta, apenas trazendo a noção indireta de múltiplo, o que também permitirá analisar as relações de frações irredutíveis trabalhadas nesse momento para auxiliar nas noções de equivalência e operações de adição e subtração com denominadores diferentes;

- Multiplicação: buscaremos elucidar a regra de multiplicação direta, isto é, multiplica-se os numeradores e os denominadores diretamente para encontrar o produto das frações. Para isso, utilizaremos a representação figural como método didático, com intenção de evitar a tecnicidade matemática necessária para o conteúdo trabalhado, mas ganhando na compreensão, dado a dificuldade geral da turma vista no encontro anterior, e a facilidade visual da representação figural;
- Divisão: assim como para a multiplicação, buscaremos elucidar, de forma figural, a regra matemática que estabelece que a divisão de frações é dada pela multiplicação da fração no numerador pelo inverso da fração no denominador. Aqui, acreditamos que a representação figural não é a mais adequada, mas, se aplicada corretamente, pode trazer o entendimento desejado de como realizar a operação.

Neste momento da aula, utilizaremos os *slides* como ferramenta para auxílio visual, assim como o quadro para realizar exemplos. Além de abordar cada operação a partir da ótica elucidativa e utilizando a representação figural para melhor entendimento.

Dinâmica de Dominó de Frações (40 min):

Neste momento, serão distribuídos para cada grupo um material em formato de dominó. As peças possuem um lado com representação numérica das frações e o outro lado em representação figural. O objetivo da dinâmica é abordar as diferentes representações das frações e elucidar o entendimento de frações equivalentes.

O uso da dinâmica é dado para fixação dos conteúdos trabalhados e que traz o elemento visual, mais uma vez, para a melhor assimilação e familiarização com os conceitos básicos relacionados à forma fracionária dos números racionais.

Números Decimais e Porcentagem (40 min):

Neste momento introduziremos os conceitos de números decimais e operações com números decimais. Ainda, trabalharemos as conversões entre números em forma fracionária e decimal e vice-versa.

Os conceitos que serão trabalhados são dados da seguinte forma:

- Número decimal: representa um número não inteiro, com a utilização de vírgula para separar a parte inteira da parte fracionária. Exemplo: o número 45,331 é dividido pela vírgula, onde o 45 é tido com a parte inteira do número, enquanto o 0,331 é a parte fracionária.

Logo após, trabalharemos com a nomenclatura dos números decimais, pois essa nomenclatura traz uma base intuitiva para as conversões entre as formas fracionárias e decimais dos números trabalhados. Exemplo: o número 475,924085 é lido da seguinte forma: quatrocentos e setenta e cinco inteiros, novecentos e vinte e quatro milésimos e oitenta e cinco milionésimos.

Na sequência, trabalharemos com as operações com decimais, dadas como segue:

- Adição e Subtração: devemos entender que a ordem dos números deve ser seguida para que a operação seja feita, logo, precisa-se colocar as vírgulas alinhadas no algoritmo da operação para que as classes e ordens dos algarismos sejam respeitadas e a operação seja feita de forma correta;
- Multiplicação: ocorre igual à multiplicação de números inteiros, a diferença encontra-se na posição da vírgula, influenciada pela ordem dos algarismos dos números operados. Para saber onde a vírgula deve ser posta na resposta da operação, devemos somar a

quantidade de números após a vírgula de todos os números decimais operados, e conta-se, também, os algarismos da resposta, da direita para a esquerda, até a soma obtida anteriormente. Nisso, a vírgula irá nesta posição.

- Divisão: constatada como a operação mais complexa entre as básicas, trabalharemos com o algoritmo da divisão adaptado para os números decimais. Logo, faremos exemplos que buscam trabalhar com todos os pormenores do algoritmo, sendo eles: a equiparação das casas decimais, provinda da equivalência de frações; o momento de se colocar a vírgula no quociente do algoritmo, decorrente da classe dos algarismos envolvidos; e o “aparecimento” de zeros em determinados momentos, também decorrente das classes e posições de cada algarismo.

Em seguida, abordaremos as conversões entre os números racionais em formato fracionário para decimal, dada, basicamente, pela divisão entre o numerador e o denominador das frações. Ou seja, para que essa conversão seja feita de forma correta, os estudantes devem estar bem familiarizados com a operação de divisão entre números inteiros. Contudo, a conversão contrária, de números racionais em formato decimal para fracionário, buscaremos trazer a relação entre a nomenclatura do número com a construção do numerador a partir dos valores significativos, e do denominador como múltiplo de 10 (dez). Em seguida, também trataremos as regras de conversão de decimais com dízimas periódicas para frações.

Por fim, abordaremos o conceito de Porcentagem como uma forma de fração com denominador igual a 100. Encerrando com a aplicação de um questionário sobre os conteúdos trabalhados durante o desenvolvimento da aula.

Dinâmica dominó de frações com Tangram (20 min):

Para encerrar o encontro e fixar os conteúdos, principalmente de frações, disponibilizaremos uma dinâmica que se baseia na adaptação do famoso jogo “dominó” em que as peças são formadas, em um lado, pela representação de frações e, do outro lado, pela representação figural das peças do Tangram pintadas de forma que representem uma certa fração. Nessa dinâmica, pode-se avaliar de forma lúdica o entendimento básico do conceito de fração trabalhado durante a aula.

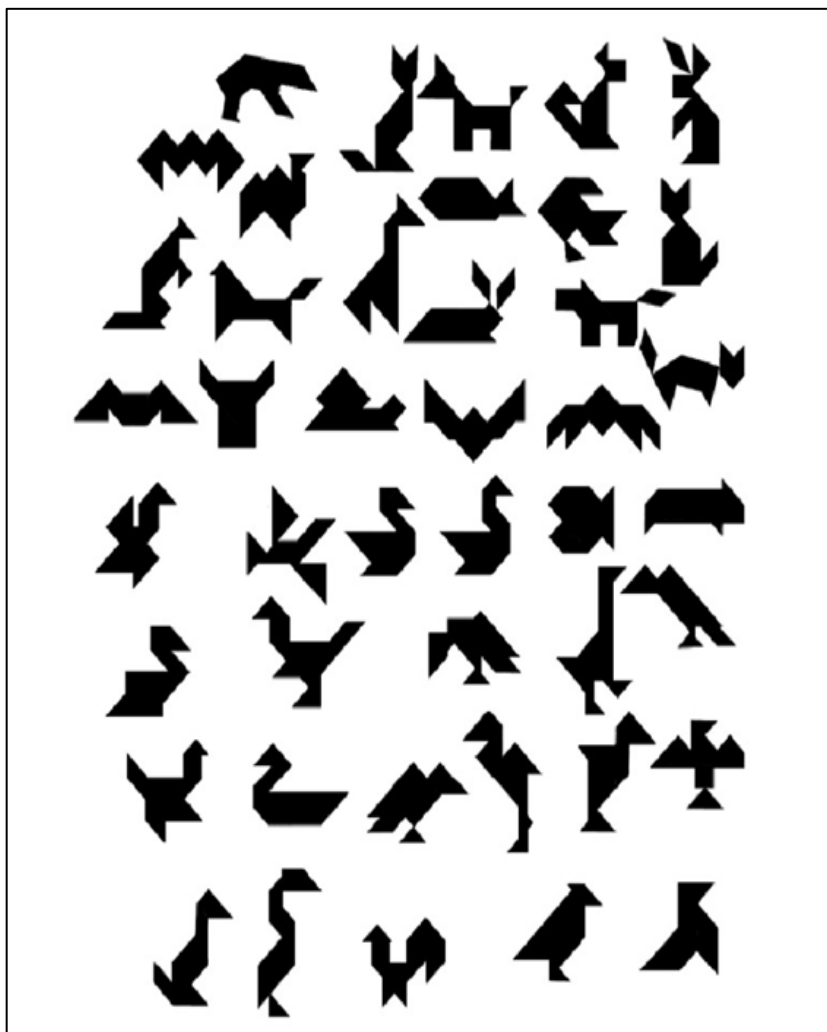
Materiais Utilizados:

- Quadro e Giz;
- Slides;

- Projetor e tela de projeção;
- 6 conjuntos de Tangram;
- Dominó de frações;
- Impressão do Material Complementar para cada aluno;

Material complementar:

Figura 7 – Silhuetas de figuras no Tangram



Fonte: Pedagógica. Disponível em: <https://sescacre.com.br/wp-content/uploads/2020/04/Matemática-1º-ao-5º-ano-3.pdf>.

Lista de Exercícios:

1. Escreva como fração:
 - a) Dois terços de uma pizza
 - b) Sete décimos de um litro
 - c) Um quarto de hora

2. Complete com o número ou a fração falta:

a) $\frac{1}{2} + \frac{\quad}{3} = 1$

b) $\frac{1}{5} + \frac{\quad}{\quad} = 1$

c) $1 - \frac{1}{4} = \frac{\quad}{\quad}$

3. Simplifique as frações:

a) $\frac{8}{12}$ b) $\frac{15}{25}$ c) $\frac{36}{48}$

4. (ENEM – adaptada) Um professor organizou uma votação com seus 40 alunos sobre o tema da próxima aula. 16 alunos votaram em “Matemática Financeira”, 12 em “Geometria” e os demais em “Probabilidade”.

- a) Que fração votou em Matemática Financeira?
- b) Que porcentagem representa quem votou em Geometria?

5. Uma receita pede $\frac{3}{4}$ de xícara de leite. Se Maria quiser fazer metade da receita, quanto de leite ela deve usar? Explique como chegou ao resultado.

6. Um fazendeiro colheu 180 kg de frutas. Ele vendeu $\frac{2}{5}$ dessa quantidade.

- a) Quantos quilos ele vendeu?
- b) Quantos ainda restam?

7. UNESP – (adaptada) Um reservatório de água tem $\frac{3}{8}$ de capacidade total. Sabendo que ele suporta até 800 litros, qual o volume atual de água? Demonstre os cálculos.

8. Um produto custava R\$250,00 e entrou em promoção com 20% de desconto.

- a) Quanto é o desconto em reais?
- b) Quanto o cliente pagará pelo produto?

9. Juliana acertou 18 questões de um total de 24 em uma prova.

- a) Qual a fração de acertos?
- b) Qual a porcentagem de acertos?

10. (ENEM – adaptada) Uma escola com 800 alunos deseja vacinar todos contra gripe. No primeiro dia 35% dos alunos foram vacinados.

- a) Quantos alunos foram vacinados?
- b) Quantos ainda faltam?

11. Um celular foi vendido por R\$1.200,00 com um acréscimo de 25% sobre o valor original. Qual era o valor original?

12. (UFRGS – adaptada) Uma loja deu 15% de desconto em um produto que passou a custar R\$170,00. Qual era o preço original?

13. (ENEM – adaptada) Em um gráfico, $\frac{1}{5}$ dos alunos escolheram Matemática como matéria favorita. Se havia 300 alunos na pesquisa:

- a) Quantos escolheram matemática?
- b) Que porcentagem representa essa escolha?

14. Um trabalhador recebe R\$2.000,00 por mês. Ele gasta 30% com aluguel, 25% com alimentação e o restante com outras despesas.

- a) Quanto ele gasta com aluguel?
 b) Com alimentação?
 c) Qual valor sobra para os demais gastos?
15. (ENEM – adaptada) Um alimento industrializado contém 25% de açúcar. Em uma porção de 60g, qual é a quantidade de açúcar? Mostre seus cálculos.
16. Escreva na forma de número decimal:
 a) $\frac{7}{100}$ b) $\frac{7}{1000}$ c) $\frac{776}{10}$ d) $\frac{776}{10}$
17. Escreva como fração e simplifique-a:
 a) 0,8 b) 0,20 c) 1,25 d) 40,5

Resolução dos Exercícios:

1. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{7}{10}$ c) $\frac{1}{4}$
 2. a) 1 b) 1 c) $\frac{3}{4}$
 3. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{3}{4}$
 4. a) $\frac{16}{40}$ b) 30%
 5. $\frac{3}{8}$
 6. a) 72 kg b) 108 kg
 7. 300 L
 8. 50,00
 9. $\frac{3}{4}$
 10. 280 alunos
 11. 520 alunos
 12. R\$ 200,00
 13. 60 alunos
 14. a) R\$ 600,00 b) R\$ 500,00 c) R\$ 900,00
 15. 15 g
 16. a) 0,07 b) 0,007 c) 77,6 d) 7,76
 17. a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{5}{4}$ d) $\frac{81}{2}$

Referências:

Bonjorno, José Roberto. **Matemática para contar comigo**. 5º ano. Bonjorno. São Paulo. 2008. pp. 180.

Centurión, Marília. **Nova matemática na medida certa**. 5ª série. Scipione. São Paulo. 2003. pp. 135.

Toilier, Jean. **Malba Tahan**: heterônimo. 2023. Unioeste. Apresentação em aula da disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática.

Pidid. **Tangram**. Unipampa, 2014. Disponível em:

<https://sites.unipampa.edu.br/pibid2014/files/2014/07/tangram.pdf>. Acesso em 29 de julho de 2025.

2º Relatório – Sala A207

Grupo de estagiários: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

O dia 17 de maio de 2025 foi reservado para o segundo encontro do Promat, com os conteúdos de Frações, Números Decimais e Porcentagem. Em um primeiro momento, houve a apresentação dos estudantes novamente, dado que muitos dos presentes nesta data, não estavam presentes no encontro anterior. Logo após, a turma foi organizada em formato de grupos para melhor desenvolvimento da dinâmica programada para a aula, resultando em sete grupos com cinco estudantes cada.

Nos primeiros quinze minutos de aula, foi introduzido o conceito de frações como um número pertencente ao conjunto dos números racionais a partir da seguinte lei de formação: $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$. Seguindo essa definição, buscou-se trabalhar com o entendimento intuitivo da fração, ou seja, a noção de pegar uma quantidade de um todo dividido em partes iguais, formalizando o conceito com as partes da fração: numerador (valor na parte superior da fração) e denominador (valor na parte inferior da fração); e o que representam. Nesse momento já ficou perceptível para os estagiários que, quando faziam uma pergunta como: “conseguiram compreender/entender?”, os estudantes ficavam quietos ou faziam expressões faciais apresentando alguma dúvida.

Em seguida, como método de auxílio para o entendimento de frações, os discentes-professores utilizaram o material Tangram. Para tal, introduziram a mitologia relacionada a esse material e disponibilizaram uma folha com silhuetas de construções com o Tangram para que, num primeiro momento, os estudantes pudessem se familiarizar com o material, suas peças e

possibilidades de construção. Os alunos conseguiram, em grupo, representar várias figuras com base nas silhuetas e aparentemente, para os estagiários, os estudantes conseguiram ter uma boa adaptação. Passados 20 minutos, foi pedido que os estudantes reconstruíssem o quadrado da mitologia com as sete peças do Tangram, disponibilizando quinze minutos para o desenvolvimento dessa atividade. Para encerrar, foram realizadas questões que buscam fazer a relação entre o conteúdo de frações com o material utilizado. Nesse momento os estagiários estavam dispostos a auxiliar os alunos que solicitavam ou necessitavam de ajuda, sempre rodeando as mesas dos grupos, fazendo a observação durante a realizações das mesmas. Ainda, antes do intervalo, foi proposto um exercício em que os estudantes deveriam identificar as frações com base na sua representação figural.

Passado o intervalo, os discentes-professores distribuíram outro material complementar com os tipos de frações e suas diferentes representações: fração própria; fração imprópria; fração aparente; fração equivalente; fração irredutível; fração mista; e fração decimal. Esse material foi utilizado como recurso metodológico para complemento das informações trabalhadas no encontro, ou seja, dada a abrangência do conteúdo, optou-se, após a elaboração do plano de aula, trazer esse material de forma impressa para evitar a sobrecarga conceitual dos estudantes.

Figura 8 - Exemplos e definições de frações próprias, impróprias, aparentes, equivalentes e irredutíveis.

Tipos de Frações

Fração própria
São frações em que o numerador, ou seja, a parte do todo, é menor que o denominador, ou seja, o todo.
Veja mais alguns exemplos:
 $\frac{1}{5}, \frac{2}{7}, \frac{11}{20}$

Fração imprópria
Estes tipos de frações são exatamente o contrário das que acabamos de ver. Aqui, o numerador é maior que o denominador. Por exemplo:
 $\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{5}{3}$

Fração aparente
Lembra que dissemos que toda fração representa uma divisão? Em muitos casos, o resultado dessa operação será um número inteiro. Isso acontece quando o numerador é divisível pelo denominador.
Para ficar mais fácil visualizar, veja estas situações:
 $\frac{3}{3} = 3:3 = 1; \frac{6}{3} = 6:3 = 2; \frac{20}{5} = 20:5 = 4$
Ou seja, sempre que o numerador for um múltiplo exato do denominador, a fração será aparente.

Fração equivalente
Se você dividir uma pizza em dois pedaços e comer um, dividi-la em quatro pedaços e comer dois, ou dividi-la em 8 fatias e comer quatro, no final das contas você terá comido exatamente a mesma quantidade de pizza.
Assim como neste exemplo, as frações são equivalentes quando representam a mesma parte em relação ao todo. Veja o exemplo da pizza expresso em forma de fração:
 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

Fração irredutível
Como você acabou de ver, uma mesma quantidade pode ser representada por diferentes frações. Por exemplo: $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}$ ou $\frac{4}{8}$ expressam a mesma coisa — metade de uma pizza.

Mas entre essas opções, $\frac{1}{2}$ é a forma mais simples de representar essa parte. E é justamente isso que chamamos de fração irredutível: a versão mais simples de uma fração.
Para chegar a ela, é necessário que numerador e denominador sejam divididos pelo mesmo número, até que não seja mais possível simplificar.
Vamos a um exemplo:
A fração:
$$\frac{18}{21}$$

pode ser simplificada. Embora apenas o 18 seja divisível por 2, ambos são divisíveis por 3.
Fazendo essa divisão, temos:
$$18:3 = 6; 21:3 = 7$$

Resultado:
$$\frac{6}{7}$$

Como não existe nenhum outro número, além de 1, que divida os dois ao mesmo tempo, $\frac{6}{7}$ é uma fração irredutível.
Ou seja, como o próprio nome diz, é uma fração que não pode mais ser reduzida.

Fração mista
Voltando ao exemplo da pizza: digamos que você estava com muita fome e comeu a pizza inteira. Mas ainda não foi suficiente... então, mandou ver em mais uma fatia de outra pizza que estava dividida em 4 pedaços.
Mas como representar isso em forma de fração?
Com uma fração mista, claro!
As frações mistas são usadas para representar valores que têm uma parte inteira e uma parte fracionária. No exemplo da pizza, você comeu 1 pizza inteira + $\frac{1}{4}$ da outra, ou seja:
$$1\frac{1}{4}$$

Outros exemplos de frações mistas:
$$3\frac{1}{2}; 5\frac{3}{8}; 2\frac{1}{6}$$

Elas são super úteis quando queremos expressar quantidades maiores que um, mas com mais clareza do que uma fração imprópria, como $\frac{7}{4}$, por exemplo.

Fração decimal
Você provavelmente já viu algo assim no dia a dia: 0,5 litro de água, 2,75 kg de frutas ou 1,25 metros de tecido.
Esses números com vírgula são chamados de números decimais — e, na verdade, também representam frações.
A diferença é que, nesse caso, a fração tem como denominador potências de 10 (ou seja, 10, 100, 1000...).
Vamos a alguns exemplos:
0,5 é o mesmo que $\frac{5}{10}$; 0,25 equivale a $\frac{25}{100}$; 1,75 pode ser representado como $1\frac{75}{100}$.
Esse tipo de fração é chamado de fração decimal.
Ela é muito comum em situações práticas, como medidas, preços e porcentagens. E por ser fácil de escrever com vírgula, é bastante usada no nosso dia a dia.

Fonte: KUMOL Brasil. *Tipos de frações*. Disponível em:
<https://www.kumon.com.br/blog/matematica/fracoes>

Em seguida, foi dado enfoque às frações equivalentes e as operações básicas com frações; fração irredutível; fração decimal e as operações básicas com números decimais. Em relação ao conteúdo de fração equivalente e as operações básicas com frações, em vista da dificuldade encontrada com os métodos de operar com frações, os discentes-professores

optaram por dar enfoque nas frações equivalentes para facilitar os cálculos. Nisso, como existem inúmeras formas de representar frações equivalentes, possibilitou-se utilizar o conceito de fração irredutível para obter-se frações simplificadas. Durante toda a explicação, os estudantes aparentavam estar prestando atenção e compreendendo essa parte do conteúdo com mais tranquilidade.

Encerrada a parte do conteúdo relacionada a frações, foram distribuídas uma lista de exercícios para cada estudante, contendo questões pertinentes ao conteúdo trabalhado, e disponibilizado 20 (vinte) minutos para sua resolução. Neste tempo, os discentes-professores passavam pelos grupos auxiliando os estudantes na resolução dos exercícios, buscando identificar as principais dúvidas e dificuldades apresentadas pelos estudantes.

Em relação ao conteúdo de fração decimal e as operações básicas com números decimais, aprofundou-se no conceito de fração como um número racional ao qual o numerador pode ser dividido pelo denominador e assim, obter-se um número decimal (que possui números após a vírgula). Neste momento, enfatizou-se a questão da posição dos algarismos em relação ao número decimal, pois assim como números inteiros possuem ordens e classes, os números decimais também possuem e elas devem ser respeitadas. Além disso, abordou-se as formas de operar com os números decimais, dando enfoque ao método que se utiliza do algoritmo de cada operação e procurando trazer cada pormenor das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

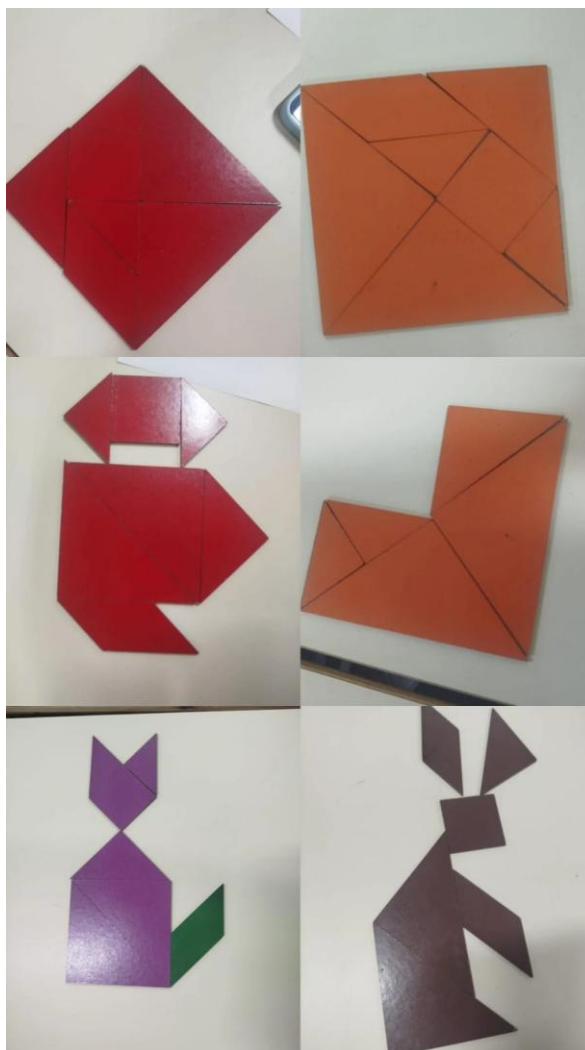
Para encerrar a aula, foi abordado de forma breve o conceito de porcentagem como uma fração cujo denominador é 100, explicando para os estudantes que para a porcentagem, dividimos o “todo” em 100 partes, sendo que para operar com porcentagens, as mesmas regras aplicadas à fração e números decimais são válidas. Novamente os alunos demonstraram compreensão a respeito do conteúdo ministrado no momento.

Ademais, foi planejado um jogo intitulado dominó de frações com Tangram, ao qual possui peças análogas ao dominó convencional, porém, em um dos lados da peça há a representação fracionária do número considerado, e, do outro lado, há a representação figural com combinações de peças do Tangram de outra fração. O objetivo do jogo, assim como no dominó tradicional, é descartar todas as peças que estão na sua mão, fazendo combinação com outras peças jogadas pelos demais jogadores em suas respectivas vezes na rodada. Entretanto, o jogo não foi aplicado, dado que os discentes-professores preferiram abordar todos os aspectos

do conteúdo, não sobrando tempo útil para realização do jogo. Além disso, a questão da possível aplicação do material não foi comentada com os estudantes, com o intuito de não gerar uma ansiedade neles em jogar, sendo que já era do conhecimento dos estagiários que talvez não sobraria tempo pela quantidade de conteúdos que tinham que ser abordados no respectivo encontro.

Para encerrar o encontro, foi passado uma lista para os estudantes assinarem seu nome como modo de confirmar sua presença do dia. Os discentes-professores também anunciaram que quem era novo e não estava no grupo criado, que se caso desejassem, poderiam adicionar seu número de telefone ao lado do nome.

Figura 9 - Figuras montadas pelos estudantes com o Tangram



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Plano de Aula 3º encontro - 24 de maio de 2025

Público-alvo: Estudantes do Ensino Médio e ingressantes do Ensino Superior.

Professores: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

Objetivos Gerais: Retomar os conceitos estudados no encontro anterior com objetivo de fixação do conteúdo, a partir da metodologia de gamificação. Nesse sentido, dando embasamento para a continuidade do conteúdo relacionada a proporcionalidade, que envolve a razão entre grandezas e possui como critério prévio, o entendimento de frações. Em suma, esta aula tem o objetivo de trabalhar os aspectos gerais das diferentes representações e significados para o uso de frações, com ênfase nas relações de proporção.

Objetivos Específicos:

- Desenvolver, através da gamificação, a fixação dos diferentes registros dos números fracionários: fração, decimal, porcentagem;
- Estabelecer os conceitos de grandeza, razão e proporção;

Conteúdo: Frações, Números Decimais, Porcentagem, Grandezas, Razões e Proporcionalidade.

Desenvolvimento

Jogo de fixação sobre Frações, Números Decimais e Porcentagem (1 h):

No início da aula, retomaremos de maneira breve o conceito de Porcentagem, com o objetivo de retomada do conteúdo. Em seguida, será proposto o jogo de fixação intitulado como “STOP!” Este jogo consiste em preencher uma tabela (tabela 4) contendo as diferentes representações de fração trabalhadas no encontro anterior, os tipos de fração e seus componentes. Nisso, os estudantes serão divididos em grupos contendo de quatro a cinco participantes. Para que seja preenchida, os estudantes receberão, a cada rodada, uma parte de uma das linhas da tabela, e terão cinco minutos para preencher o restante dela.

Se um grupo preencher a linha antes do tempo, um de seus integrantes deve gritar STOP! Os demais grupos deverão parar de fazer seus cálculos e os discentes-professores irão corrigir, primeiramente a tabela do(a) jogador(a) para verificar se os valores foram calculados corretamente, se não, a dinâmica continua, se sim, é feito uma pausa no jogo e serão conferidas

as tabelas dos demais grupos, atrelando um ponto de 1 a 7 de acordo com o número de acertos em cada rodada.

Como o jogo envolve fazer conversões entre as diferentes representações de um número racional, antes do jogo iniciar de fato, os professores-discentes irão fazer uma revisão de como realizar essas conversões, destacando que para o desenvolvimento dessa atividade, não será permitido o uso de celular ou calculadora. No fim do jogo, a pontuação de cada grupo será somada e determinado o grupo vencedor aquele que possuir maior pontuação. Este grupo receberá uma caixa de chocolate BIS como premiação.

Grandezas, Razões e Proporcionalidade (1h 20 min):

Nesta parte da aula, serão introduzidos os conceitos de grandezas, razões e trabalhado as proporcionalidades direta e inversa, definidos da seguinte forma:

- Grandeza: é tudo aquilo que pode ser medido ou contado, como o tempo, o comprimento, a massa, o preço e a idade;
- Razão: é uma comparação entre duas grandezas, quantidades ou medidas, expressa no formato de divisão, ou seja, no formato de fração;
- Proporção: relacionado à proporcionalidade, ou seja, da igualdade entre duas, ou mais, razões;
- Proporcionalidade direta: ocorre quando duas razões são diretamente proporcionais, ou seja, quando uma aumenta, a outra aumenta na mesma proporção e vice-versa, assim como se uma diminuir, a outra irá diminuir na mesma proporção;
- Proporcionalidade inversa: ocorre quando duas razões são inversamente proporcionais, ou seja, quando uma aumenta, a outra diminui na mesma proporção e vice-versa, assim como se uma diminuir, a outra irá aumentar na mesma proporção.

Em seguida, para elucidar os conceitos trabalhados, aplicaremos exemplos com auxílio dos *slides* que trabalham com as noções matemáticas de resolução de exercícios que envolvem as razões e proporções, incluindo a “regra de três”, tida como a principal ferramenta para este conteúdo em específico (Silva, s.d.). O método utilizado será o expositivo, tratando da temática de proporcionalidade e preparando os estudantes para a dinâmica a seguir.

Dinâmica de Fixação sobre Grandeza, Razão e Proporcionalidade (1 h):

Jogo STOP!

Tabela 5 – Proposta de valores a serem trabalhadas no jogo STOP!

Fração	Uma fração Equivalente	Tipo de Fração	Numerador	Denominador	Decimal	Porcentagem
1/2						
	6/8					
		Imprópria	10			
						96%
					3,27	
		Aparente		5		
12/5						
					7,5	
			8	9		
15/31						

Fonte: Acervo dos autores (2025)

Tabela 6 – Resolução do exemplo do jogo STOP!

Fração	Uma fração Equivalente	Tipo de Fração	Numerador	Denominador	Decimal	Porcentagem
1/2	4/8	Própria	1	2	0,5	50%
3/4	6/8	Própria	3	4	0,75	75%
10/7 ou $1 \frac{3}{7}$	20/14	Imprópria/ Mista	10	7	1,42857...	142,86%
24/25	48/50	Própria	24	25	0,96	96%
327/100 ou $2 \frac{127}{100}$	654/200	Imprópria/ Mista	327	100	3,27	327%
5/1	10/2	Imprópria/ Aparente	5	1	5	500%
12/5 ou $2 \frac{2}{5}$	24/10	Imprópria/ Mista	12	5	2,4	240%

$15/2$ ou $7\frac{1}{2}$	$30/4$	Imprópria/ Mista	15	2	7,5	750%
$8/9$	$24/27$	Própria	8	9	0,888...	88,89%
$15/31$	$60/124$	Própria	15	31	0,4838...	48,39%

Fonte: Acervo dos autores (2025)

Questões da dinâmica de fixação sobre Grandeza, Razão e Proporcionalidade:

01) Em uma determinada prova, um candidato que acertou 12 questões recebeu um total de 39 pontos. Sabendo que o valor das questões é sempre o mesmo, um candidato que obteve 52 pontos acertou um total de:

- A) 15 questões
 B) 16 questões
 C) 17 questões
 D) 18 questões
 E) 20 questões

02) Uma herança de R\$ 3.000.000 será dividida de forma diretamente proporcional entre as idades dos três herdeiros. Sabendo que eles possuem 24, 28 e 44 anos, o herdeiro de maior idade receberá um total de:

- A) R\$ 950.000
 B) R\$ 975.000
 C) R\$ 1.225.000
 D) R\$ 1.375.000
 E) R\$ 1.625.000

03) Gustavo estava treinando pênaltis caso precisasse na final dos jogos de futebol escolares. Sabendo que de 14 chutes ao gol ele acertou 6, qual a razão do número de acertos para o total de chutes?

- a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{7}{3}$ d) $\frac{5}{3}$

04) Determine o valor de x nas proporções a seguir.

- a) $\frac{2}{6} = \frac{9}{x}$ b) $\frac{1}{3} = \frac{x}{12}$ c) $\frac{x}{10} = \frac{6}{5}$ d) $\frac{8}{x} = \frac{2}{15}$

05) (IFSP/2013) Em uma maquete de um condomínio, um de seus prédios de 80 metros de altura está com apenas 48 centímetros. A altura de um outro prédio de 110 metros nessa maquete, mantidas as devidas proporções, em centímetros, será de:

- a) 56 b) 60 c) 66 d) 72 e) 78

06) (OMRP/2011) Uma mistura é composta de 90 kg de água e 10 kg de sal. Pondo-a para evaporar, obtém-se uma nova mistura da qual 24 kg contém 3 kg de sal. Determine a quantidade de água evaporada.

- a) 60 b) 50 c) 30 d) 40 e) 20

Resolução das questões da dinâmica de fixação sobre Grandeza, Razão e Proporcionalidade:

$$01) \frac{39}{12} = \frac{52}{x} \rightarrow 39x = 52 * 12 \rightarrow 39x = 624 \rightarrow x = \frac{624}{39} \rightarrow x = 16$$

$$02) \frac{3000000}{x} = \frac{24+28+44}{44} \rightarrow \frac{3000000}{x} = \frac{96}{44} \rightarrow 3000000 * 44 = 96x \rightarrow 132000000 = 96x \rightarrow x = \frac{132000000}{96} \rightarrow x = 1375000$$

$$03) \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

04)

$$a) \frac{2}{6} = \frac{9}{x} \rightarrow 2x = 6 * 9 \rightarrow 2x = 54 \rightarrow x = \frac{54}{2} \rightarrow x = 27$$

$$b) \frac{1}{3} = \frac{x}{12} \rightarrow 12 = 3x \rightarrow x = \frac{12}{3} \rightarrow x = 4$$

$$c) \frac{x}{10} = \frac{6}{5} \rightarrow 5x = 6 * 10 \rightarrow 5x = 60 \rightarrow x = \frac{60}{5} \rightarrow x = 12$$

$$d) \frac{8}{x} = \frac{2}{15} \rightarrow 8 * 15 = 2x \rightarrow 120 = 2x \rightarrow x = \frac{120}{2} \rightarrow x = 60$$

$$05) \frac{48}{80} = \frac{x}{110} \rightarrow 48 * 110 = 80x \rightarrow 5280 = 80x \rightarrow x = \frac{5280}{80} \rightarrow x = 66$$

06) O sal não evapora, então a quantidade total de sal permanece a mesma: 10 kg.

Após a evaporação, a nova mistura terá 10 kg de sal e $90 - x$ kg de água (onde x é a quantidade de água evaporada).

Em 24 kg da nova mistura, há 3 kg de sal. Isso significa que a proporção de sal na nova mistura é:

$$\frac{3 \text{ kg de sal}}{24 \text{ kg da mistura}} = \frac{1}{8}$$

Portanto, a proporção de sal na nova mistura é $\frac{1}{8}$.

Seja M a massa total da nova mistura após a evaporação. A quantidade de sal na nova mistura é 10 kg, então:

$$\frac{10}{M} = \frac{1}{8} \rightarrow M = 80 \text{ kg}$$

Assim, a nova mistura tem 80 kg no total (10 kg de sal e 70 kg de água).

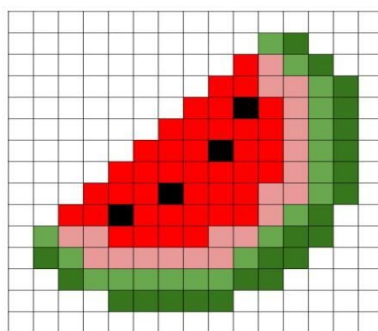
Portanto, a água evaporada é:

$$x = 100 \text{ kg} - 80 \text{ kg} = 20 \text{ kg}$$

Lista de Exercícios:

1. (Concurso Banco do Brasil 2018 - Adaptada) Uma mercadoria sofreu um desconto de 25%, passando a custar R\$ 90,00. Qual era seu preço original?
2. Na malha quadriculada, desenhe a melancia em menor escala:

Figura 10 – Pixel art de melancia



Fonte: Myriam-Mims.

3. (PUC-RS 2017) Um grupo de 5 pessoas consome um estoque de alimentos em 12 dias. Quantos dias durará o mesmo estoque se forem 8 pessoas, mantendo o consumo por pessoa?
4. (ENEM 2016) Um funcionário recebeu um aumento de 15% em seu salário, que passou a ser R\$ 2.760,00. Qual era o salário anterior?
5. (ENEM 2018) Uma pesquisa indicou que 30% dos entrevistados preferem transporte público. Se foram entrevistadas 600 pessoas, quantas preferem transporte público?
6. (UFRGS 2020) Um carro percorre 150 km com 10 litros de gasolina. Quantos litros serão necessários para percorrer 420 km?
7. Coloquei 50 litros de combustível no tanque de meu carro, gastando R\$ 120,00. Quanto gastaria se colocasse apenas 35 litros do mesmo combustível?
8. Quando faz um churrasco em família, Abel compra 1,6 kg de carne. Hoje, Abel receberá três convidados, de modo que terá que fazer churrasco para 8 pessoas. Quantos quilogramas de carne ele deverá comprar?

9. (FATEC 2022) Um número é 25% maior que outro. Se o menor número é 80, qual é o maior?
10. (CESPE 2022 – Adaptada) Um reservatório de água é abastecido por duas torneiras. A torneira \underline{a} abastece o reservatório em 4 horas, enquanto a torneira \underline{b} abastece o reservatório em 6 horas. Se forem abertas juntas, em quanto tempo abastecerão o reservatório?
11. (FUVEST 2021) A razão entre a idade de Ana e Beatriz é $\frac{4}{5}$. Se a soma das idades é igual a 72 anos, quais são as idades de Ana e Beatriz?
12. (Concurso PM-SP 2023 – Adaptada) Um trem leva 2 horas para percorrer certa distância a 90 km/h. Que velocidade ele deve alcançar para percorrer essa distância em 1 hora e 30 minutos?
13. Em um teste de 20 questões, Carolina acertou 16. Nessas Condições:
- Qual a razão do número de acertos de Carolina para o número total de questões do teste?
 - Qual a razão do número de erros para o número total de questões do teste?
 - Qual a razão entre o número de acertos e o número de erros?
14. Seu Joaquim tem uma padaria e esta é a organização de sua produção de pães e quantos fornos é preciso:

Tabela 7 – Relação entre quantidade de fornos e número de pães produzidos

Quantidade de fornos	4	8	16
Número de pães produzidos	200	400	800

Fonte: Acervo dos autores.

- Com 32 fornos é possível produzir quantos pães?
- E somente com 2 fornos?

Resolução da lista de exercícios:

$$01) x - 25\%x = 90 \rightarrow x(1 - 0,25) = 90 \rightarrow 0,75x = 90 \rightarrow x = \frac{90}{0,75} \rightarrow x = 120$$

02) Construção pessoal.

$$03) \frac{5}{8} = \frac{x}{12} \rightarrow 12 * 5 = 8x \rightarrow 60 = 8x \rightarrow x = \frac{60}{8} \rightarrow x = 7,5 \text{ dias}$$

$$04) \frac{115}{100} = \frac{2760}{x} \rightarrow x = \frac{276000}{115} \rightarrow x = 2400.$$

Portanto, o salário anterior é de R\$ 2400,00.

$$05) 30\% \text{ de } 600 = \frac{30}{100} * 600 = 30 * 6 = 180 \text{ pessoas.}$$

$$06) \frac{150}{420} = \frac{10}{x} \rightarrow x = \frac{4200}{150} \rightarrow x = 28 \text{ litros de gasolina.}$$

$$07) \frac{50}{35} = \frac{120}{x} \rightarrow x = \frac{4200}{50} \rightarrow x = 84$$

Portanto seria necessário pagar R\$ 84,00.

$$08) \frac{1,6}{x} = \frac{5}{8} \rightarrow x = \frac{12,8}{5} \rightarrow x = 2,56 \text{ kg}$$

$$09) 125\% \text{ de } 80 = \frac{125}{100} * 80 = 125 * 0,8 = 100$$

$$10) \text{ Vazão da torneira a } = \frac{1}{4}; \text{ Vazão da torneira b } = \frac{1}{6};$$

$$\text{Vazão de ambas as torneiras: } \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12} = \frac{1}{2,4}$$

Logo, ambas as torneiras ligadas preenchem o reservatório em 2h24.

$$11) \frac{A}{B} = \frac{4}{5} \rightarrow A = \frac{4B}{5}$$

$$A + B = 72 \rightarrow \frac{4B}{5} + B = 72 \rightarrow \frac{9B}{5} = 72$$

$$B = 40$$

Logo, Ana possui 32 anos e Beatriz possui 40 anos.

12) Desempenhando 90 km/h, em duas horas o trem percorre 180 km. Logo, para percorrer a mesma distância em 1h30, que equivale a 1,5 de hora, temos:

$$V = \frac{180}{1,5} = \frac{1800}{15} = 120$$

Portanto, a velocidade deve ser de 120 km/h.

$$13) \text{ a) } \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

$$\text{ b) } 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{ c) } \frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{5}} = \frac{4}{5} * \frac{5}{1} = 4. \text{ Isto é, a razão entre os acertos e erros é de 4 para 1.}$$

14) a) Como a quantidade de pães produzidos dobra conforme o número de fornos também dobra, isto é, a proporção é dada por 2, temos que para 32 fornos, a capacidade de produção de pães é de $2 * 800 = 1600$ pães.

b) Mantendo a proporção, para dois fornos a capacidade de produção é: $\frac{200}{2} = 100$ pães.

Referências:

Dante, Luiz Roberto. **Tudo é matemática: ensino fundamental**. São Paulo. Ática. 2005. pp. 175.

Leonardo, Fabio Martins de. **Projeto Araribá: matemática**. São Paulo. Moderna. 2010. pp. 176.

Myriam-Mims. Gerador para pixel art. **Eklablog**. Disponível em: <https://maitresse-myriam.eklablog.com/generateur-pour-pixel-art-a216043431>. Acesso em 12 de agosto de 2025.

Silva, Luiz Paulo Moreira. **Propriedade fundamental das proporções**. Mundo Educação. Uol. s. d. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/propriedade-fundamental-das-proporcoes.htm#:~:text=Uso%20da%20propriedade%20fundamental%20das,grandeza%20ocupem%20a%20mesma%20fra%C3%A7%C3%A3o>. Acesso em 29 de julho de 2025.

Souza, Joamir Roberto de. **Vontade de saber matemática**, 7º ano. São Paulo. 2009. pp. 232.

3º Relatório – Sala A207

Grupo de estagiários: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

O dia 24 de maio de 2025 foi reservado para o terceiro encontro do Promat, com foco nos conteúdos de Proporcionalidade. A aula foi iniciada com uma retomada dos conceitos de porcentagem trabalhados no encontro anterior, com destaque para os diferentes modos de cálculo e interpretação desse conteúdo. Em seguida, os discentes-professores propuseram uma dinâmica para contextualizar os conhecimentos prévios dos estudantes.

Antes do início da atividade, foi realizada uma revisão sobre as transformações de frações para números em formato decimal e os procedimentos para converter números decimais em frações (com ênfase em dízimas finitas e infinitas), bem como as formas de conversão entre frações e números decimais para porcentagens em ambas as direções de transformação.

Após essa retomada teórica, foi realizada a primeira dinâmica do dia, denominada “Stop das Frações”. A turma foi dividida em equipes de quatro estudantes, porém, conforme mais alunos iriam chegando, os estagiários encaixavam em algum grupo, podendo ter mais ou menos que quatro cada um exatamente. Cada grupo recebeu uma tabela contendo as categorias: fração irredutível, tipo de fração, numerador, denominador, número decimal e porcentagem. Um integrante de cada equipe que, preenchia a primeira linha da tabela com exemplos correspondentes a essas categorias, ao concluir, o estudante gritava “STOP!”, interrompendo a escrita dos demais grupos. Os discentes-professores verificavam as respostas, e, caso todas estivessem corretas, a equipe pontuava daquele integrante pontuava. Caso houvesse erro, a rodada continuava até que outra equipe completasse a linha corretamente. A dinâmica se estendeu até a décima rodada, ao final delas, houve um empate entre duas equipes; para o desempate, foi realizada uma rodada adicional. No entanto, essa também terminou empatada, resultando na decisão de declarar ambas as equipes como vencedoras e as premiando.

Dando continuidade ao encontro, foi iniciado o segundo momento da aula com a abordagem dos conteúdos de grandezas, razão e proporcionalidade (direta e inversa), enfatizando a ferramenta matemática da Regra de Três, ela já era bem conhecida pelos estudantes, talvez poucos ainda não soubessem do que se tratava. O conceito de grandezas foi introduzido como tudo aquilo que pode ser medido ou quantificado, como tempo, massa, volume, distância, velocidade, entre outros. Foi ressaltado que, ao relacionarmos duas grandezas, podemos analisar o tipo de relação existente entre elas. Na sequência, foi apresentada a razão como a comparação entre duas grandezas de mesma unidade por meio de uma divisão, pois a noção de razão é fundamental para compreender as proporções. Por exemplo, a razão entre 4 maçãs e 2 maçãs é $4 \div 2 = 2$. Foi notável que os estudantes ficaram um pouco confusos nessa parte, mas os discentes-professores explicaram até todos compreenderem bem.

Com base nisso, explorou-se o conceito de proporcionalidade, que envolve a comparação entre duas ou mais razões. Foi destacado que, quando duas grandezas aumentam ou diminuem na mesma proporção, dizemos que são diretamente proporcionais. Por exemplo, se dobramos a quantidade de produtos comprados, o valor pago também dobra. Por outro lado, quando uma grandeza aumenta e a outra diminui na mesma proporção, dizemos que são inversamente proporcionais, como é o caso da relação entre a quantidade de trabalhadores e o tempo necessário para realizar uma tarefa: quanto mais trabalhadores, menor o tempo.

Para consolidar os conceitos abordados, foi trabalhado o conteúdo de Regra de Três, uma ferramenta prática para resolver situações envolvendo proporcionalidade. A regra de três simples foi explicada como um método para resolver problemas envolvendo duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de uma estrutura de comparação e resolução a partir de um meio de multiplicação cruzada.

Durante a explicação, os discentes-professores trouxeram exemplos contextualizados do cotidiano, como situações envolvendo preços de produtos, consumo de combustível, tempo e velocidade, entre outros, com o objetivo de facilitar a compreensão dos estudantes. Após a parte expositiva, os estudantes foram convidados a aplicar esses conhecimentos em uma nova dinâmica em grupo.

Essa segunda dinâmica consistiu em um *quiz*, com perguntas exibidas em *slides*. As equipes tinham um tempo máximo de cinco minutos para responder a cada questão. Ao final de cada rodada, as respostas eram conferidas e as pontuações registradas. Posteriormente, um integrante de cada grupo era convidado a lançar uma bolinha em direção a copos descartáveis, dispostos em formato triangular sobre a mesa. Cada copo possuía uma numeração indicando uma recompensa, que poderia representar pontos adicionais ou uma premiação para cada estudante pertencente ao grupo, geralmente balas. Ao término da atividade, as pontuações foram somadas e a equipe vencedora foi anunciada. Foi perceptível a animação dos estudantes em participar dessa dinâmica pensada pelo grupo, algo diferente para se divertir e praticar o conteúdo estudado. Os alunos se divertiram bastante, os que recebiam balas ao invés de pontos não gostavam muito da regra, mas continuavam participando e brincando como os demais. Esse dia foi muito divertido para toda a turma, inclusive para os estagiários.

Por fim, foi entregue a lista de exercícios para cada estudante presente e uma lista para assinarem seu nome, de modo a confirmar sua presença na aula.

Figura 11 – Estudantes jogando *Stop*



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Plano de aula 4º encontro - 31 de maio de 2025

Estagiários: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser, Daniel Rodrigo de Souza

Público-alvo: alunos do Promat

Conteúdo: Polígonos

Objetivo geral: Apresentar o conceito de polígono a partir das características que os definem (lados, ângulos, vértices e diagonais), observando suas classificações quanto à convexidade e à regularidade, e, por fim, trabalhar com as medidas de perímetro e área.

Objetivos específicos:

- Introduzir e elucidar o conceito de polígono quanto uma figura geométrica fechada formada por segmentos de reta;
- Destacar as características que definem um polígono: lado, ângulo, vértice e diagonal;
- Enfatizar a nomenclatura dos polígonos quanto ao número de lados que possui;
- Introduzir e elucidar o conceito de ângulo e suas classificações;
- Introduzir os conceitos de Vértice e Diagonal;
- Classificar os polígonos quanto ao critério de convexidade e regularidade;

- Introduzir e elucidar o conceito de perímetro;
- Introduzir e elucidar o conceito de área.

Tempo de execução: 3 horas e 20 minutos

Desenvolvimento

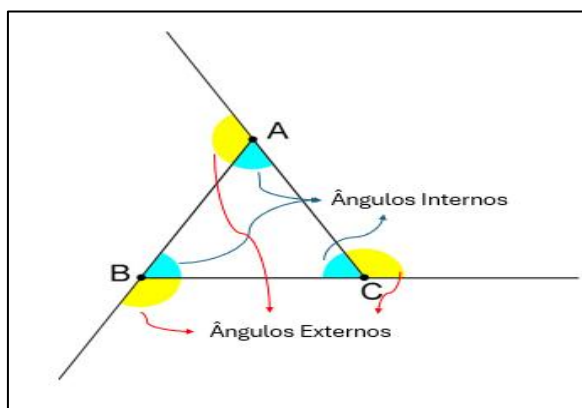
Polígonos (1h):

A aula será iniciada com os discentes-professores fazendo a introdução do conceito de polígonos, destacando o fato de que são figuras fechadas formadas por segmentos de reta. Neste momento, será destacado que a circunferência e figuras formadas por curvas não são tidas como polígonos, com o intuito de trazer exemplos do que é e do que não é considerado polígono.

Com o auxílio dos *slides*, mostraremos uma tabela contendo vários polígonos com suas classificações, entretanto, apenas com o intuito de exemplificação, uma vez que ainda não formalizamos as classificações dos polígonos, que será feito na sequência, dadas as seguintes conceitualizações:

- Polígono: é formado pela junção das palavras gregas *poli* – muitos – e *gonos* – lados, ou seja, podemos dizer que os polígonos são formados de vários lados. De forma mais formal: “os polígonos são figuras fechadas [formadas] por segmentos de reta” (Oliveira, s.d.) que formam seus lados. Isto é, os lados de um polígono são partes de uma reta que se ligam nos vértices. Os polígonos possuem quatro características que os definem: os lados, os ângulos, os vértices e as diagonais;
- Lados: como visto anteriormente, são segmentos de reta que, ao se encontrarem, formam os vértices. O número de lados de um polígono determina seus nomes usuais, exceto para o triângulo, logo: para 3 lados – triângulo; para 4 lados – quadrilátero; para 5 lados – pentágono; para 6 lados – hexágono; para 7 lados – heptágono; para 8 lados – octógono; para 9 lados – eneágono; para 10 lados – decágono; e assim por diante;
- Ângulo: é formado sempre que há o encontro de dois segmentos de reta, podendo ser interno ou externo ao polígono:

Figura 12 – Ângulos em um triângulo



Fonte: acervo dos autores (2025)

- Vértice: é o ponto em que dois lados se encontram, sendo que o número de vértices de um polígono sempre será igual ao número de lados e ângulos;
- Diagonais: são os segmentos de reta que ligam dois vértices não consecutivos de um polígono, sendo que a quantidade de diagonais de um polígono se dá pela equação: $D = \frac{n(n-3)}{2}$, em que D representa o número de diagonais e n o número de lados desse polígono.

Lados (20 min):

Durante a explicação sobre os lados, além de enfatizar a nomenclatura dos polígonos a partir do número de lados, iremos destacar as nomenclaturas especiais dos triângulos e dos quadriláteros que se baseiam nas relações dos lados e, complementarmente, dos ângulos. Sendo que, para os triângulos, a nomenclatura especial é dada por: equilátero, que possui todos os lados com mesma medida; isósceles, que possui dois lados com mesma medida; e escaleno, que não possui lados com mesma medida. E, para os quadriláteros, as nomenclaturas especiais são: paralelogramo, que os lados opostos são paralelos; retângulo, paralelogramo que possui quatro ângulos retos; losango, paralelogramo em que os ângulos opostos são iguais e os lados possuem a mesma medida; quadrado, um retângulo com todos os lados iguais; e os trapézios, que possuem dois lados opostos paralelos, sendo o trapézio isósceles com os lados não paralelos com mesma medida, os trapézios retângulos, que possuem dois ângulos retos, e os trapézios escalenos, que os lados não paralelos têm medidas diferentes.

Jogo dos Polígonos (20 min):

Para fixar o conceito de polígono e das relações dos lados dos polígonos, vamos realizar o jogo dos polígonos, um jogo de cartas que tem por objetivo combinar as representações figurais de vários polígonos convexos e côncavos com suas respectivas nomenclaturas quanto ao número de lados. O material para este jogo está exposto na seção Material Complementar para Impressão, obtido no site <https://hypatiamat.com/apoiopdf/poligonos-jogo-hypatiamat.pdf>.

As regras do jogo são: nº de jogadores: 2 a 4. A cada jogador são distribuídas aleatoriamente 12 cartas com figura. No caso de 4 jogadores, todas as cartas com figura ficam, logo de início, na posse dos jogadores. No caso de serem menos jogadores, sobram cartas com figura que serão colocadas, em monte, na mesa, com a figura para baixo. As cartas com designação são colocadas em um monte (baralho), com a designação para baixo. Escolhe-se aleatoriamente o jogador que começa o jogo. Em cada jogada, o jogador retira uma carta com designação e coloca-a sobre a mesa. Em seguida tenta, com um par dentre as cartas que possui, compor uma figura correspondente à designação que lhe coube. Se conseguir, retira e arruma as cartas usadas ao lado, na mesa (cartas com figura e carta com designação) e termina a sua jogada.

Ângulos (30 min):

Durante a explicação sobre os ângulos, enfatizaremos que o número de ângulos de um polígono é igual ao número de lados. Além disso, a soma dos ângulos internos é uma característica importante, destacada pela equação: $S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$, sendo S_i a soma dos ângulos internos e n o número de lados desse polígono. Aqui, também mostraremos que independentemente do polígono regular, a soma dos ângulos externos sempre será 360° , embora a conceitualização de polígono regular ser prevista para a continuidade da aula. Em outras palavras, acreditamos que essa informação em relação a regularidade dos polígonos, por mais que seja um conceito importante para a geometria plana, não provoca prejuízo neste momento da aula, sendo que, há a possibilidade de adiantarmos o conceito diante de questionamento dos estudantes, mas, de qualquer forma, iremos abordá-lo e diferenciá-lo dos polígonos irregulares.

Ainda em relação aos ângulos, serão trabalhados os conceitos de ângulos notáveis: nulo (0° ou 360°); 30° ; 45° ; 60° ; reto (90°); e raso (180°); de classificação de ângulos como nulo (igual a 0° ou 360°); agudo (maiores de 0° e menores de 90°); reto (iguais a 90°); obtuso (maiores de 90° e menores de 180°); e raso (igual a 180°).

Por fim, destacaremos a classificações dos triângulos em relação aos ângulos, sendo eles: acutângulo, que possui todos os ângulos menores que 90° ; retângulo: que possui um ângulo de 90° ; e obtusângulo, que possui um ângulo maior de 90° e menor de 180° .

Dinâmica: “O mestre mandou...” (10 min)

Para fixar a ideia do que é um ângulo, faremos uma dinâmica adaptada da brincadeira: o mestre mandou. Nesta dinâmica, os alunos ficarão em pé, ao lado de suas carteiras. Nisso, os discentes-professores irão falar em voz alta comandos. Se o comando começar com a frase “o mestre mandou...”, os estudantes devem seguir o comando subsequente, caso contrário, os estudantes devem permanecer sem manifestações.

Os comandos que devem ser seguidos são dados a seguir:

- “O mestre mandou fazer um nulo”: neste caso, o estudante deve estender os braços com as palmas das mãos unidas para a esquerda, simulando o ângulo nulo - 0° ;
- “O mestre mandou fazer um agudo”: neste caso, o estudante deve abrir os braços de forma que eles se pareçam a um ângulo agudo - $< 90^\circ$;
- “O mestre mandou fazer um reto”: neste caso, o estudante deve abrir os braços de forma que eles se pareçam a um ângulo reto - 90° ;
- “O mestre mandou fazer um obtuso”: neste caso, o estudante deve abrir os braços de forma que eles se pareçam a um ângulo obtuso - $> 90^\circ$;
- “O mestre mandou fazer um raso”: neste caso, o estudante deve abrir os braços de forma que eles se pareçam a um ângulo raso - 180° .

Ângulos Complementares e Suplementares (20 min)

Para encerrar o conteúdo sobre ângulos, iremos introduzir o conceito de ângulos complementares e ângulos suplementares:

- Ângulo complementar: dá-se por dois ângulos que quando somados, resultam em 90° ;
- Ângulo suplementar: dá-se por dois ângulos que quando somados, resultam em 180° .

Polígonos Côncavos e Convexos (20 min):

Em conseqüente, realizaremos a diferenciação dos polígonos como côncavos e convexos. Definindo os côncavos como possuindo pelo menos um ângulo maior que 180° ou que, traçadas retas que ligam pontos aleatórios no interior do polígono, existem aquelas que cruzam com sua fronteira (lado) mais de uma vez, “saindo” e “entrando” no polígono. E, para

os convexos, possuem todos os ângulos menores que 180° ou que, traçadas retas que ligam pontos aleatórios no seu interior, não há nenhuma que cruza com sua fronteira.

Dada essa diferenciação, faremos o destaque de que os polígonos convexos possuem mais aplicações para a matemática plana, pois os polígonos côncavos são composições deles, logo, estudando os primeiros, podemos estender os conceitos e características para os segundos, salvo em aplicações específicas.

Nisso, dando maior privilégio para os polígonos convexos, faremos a diferenciação entre polígono convexo irregular, que possui lados com medidas diferentes, e polígono convexo regular, que possui todos os lados iguais.

Perímetro e Área (20 min):

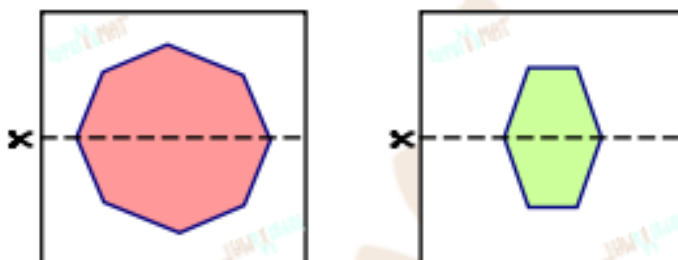
Para encerrar o encontro, trabalharemos o conceito de perímetro como a soma de todas as medidas dos lados de um polígono e o conceito de área como a medida de toda a região interna de um polígono, enfatizando que o cálculo da área depende do formato do polígono em si e que os polígonos regulares possuem certa facilitação para realizar esses cálculos, introduzindo o conceito de apótema e o Teorema de Pitágoras, que será introduzido de forma breve, visto que no próximo encontro focaremos no estudo dos triângulos.

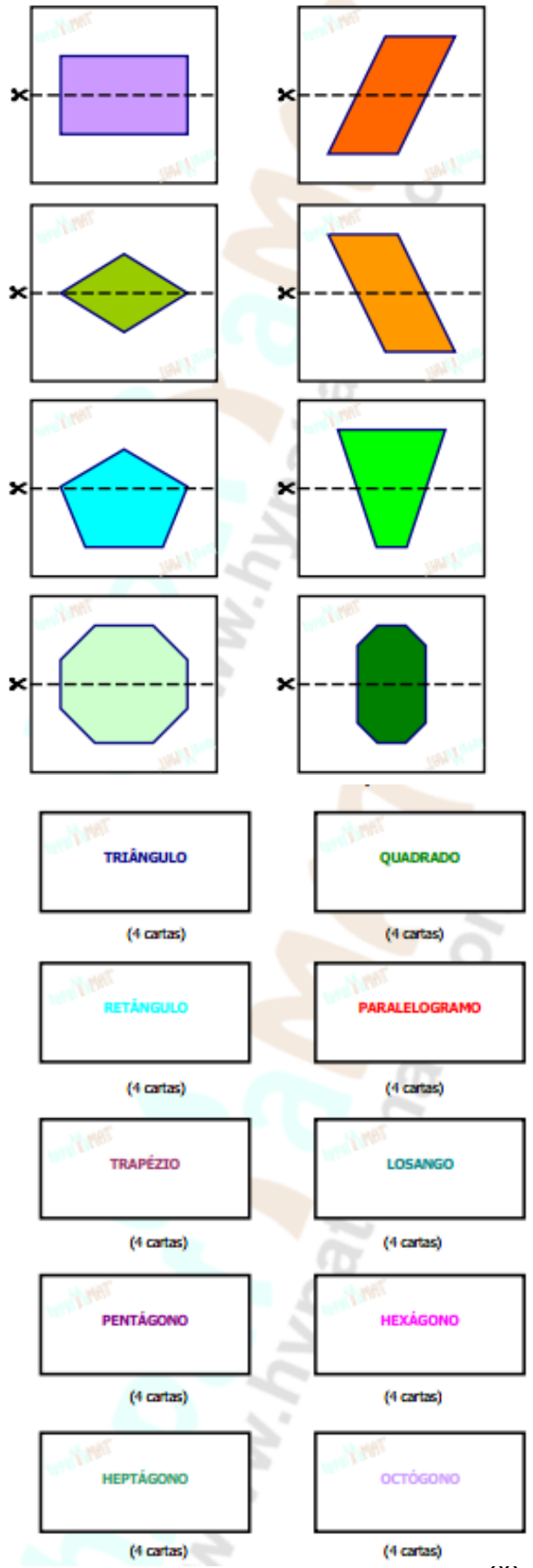
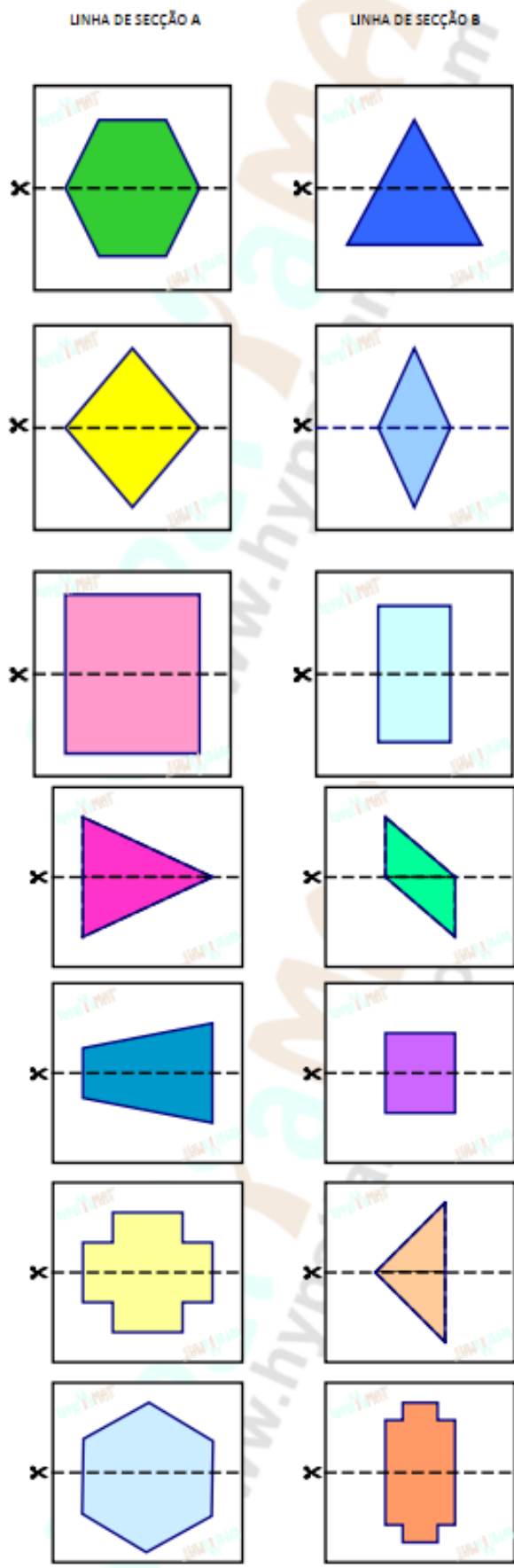
Materiais Utilizados:

- Quadro e Giz;
- Projetor de slides;
- Slides;
- Material Complementar para Impressão.

Material Complementar para Impressão:

Figura 13 – Atividade de juntar figuras planas







Fonte: <https://hypatiamat.com/apoiopdf/poligonos-jogo-hypatiamat>.

Lista de exercícios:

01) (UECE) Se, em um polígono convexo, o número de lados n é um terço do número de diagonais, então o valor de n é:

- a) 9. b) 11. c) 13. d) 15.

02) (FAAP) A medida mais próxima de cada ângulo externo do heptágono regular da moeda de R\$ 0,25:

- a) 60° b) 45° c) 36° d) 83° e) 51°



03) (IBADE) Qual figura geométrica é caracterizada por ter seis lados iguais e seis ângulos iguais?

- a) Quadrado. b) Pentágono. c) Retângulo. d) Triângulo. e) Hexágono.

04) (ADM&TEC) Análise as informações a seguir:

Tenho 3 pedaços de fio de cobre medindo 120 cm cada um deles e desejo construir 3 polígonos, cada um com 120 cm de perímetro. Com o primeiro pedaço pretendo fazer um triângulo equilátero, com o segundo, um quadrado e com o terceiro, um hexágono regular. Assim as três figuras planas construídas terão a mesma área.

João tem um terreno retangular medindo 20 m de comprimento e 18,2 m de largura. 42% da área deste terreno será de área construída. Podemos afirmar que João ficará com $152,88 \text{ m}^2$ de área não construída.

Marque a alternativa CORRETA:

- a) As duas afirmativas são verdadeiras.
- b) A afirmativa I é verdadeira, e a II é falsa.
- c) A afirmativa II é verdadeira, e a I é falsa.
- d) As duas afirmativas são falsas.

05) (IDIB – Adaptada) Numa aula de geometria, a aluna Camila construiu, com ajuda de uma régua e compasso, dois heptágonos regulares, sendo que um deles tinha a medida de um dos seus lados iguais a 3 cm. Se o outro heptágono é 14 unidades maior que o primeiro, qual a medida do lado do outro heptágono?

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 7
- e) 8

06) (FGV) A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L e M são vértice de um polígono regular de 13 lados, nomeados, em ordem alfabética, no sentido horário. Pinta-se o vértice C e, em seguida, girando em torno do polígono no sentido anti-horário, pulam-se os 3 vértices seguintes e pinta-se o vértice L. A cada vértice pintado, o procedimento é repetido, sempre no mesmo sentido e sempre pulando os 3 vértices seguintes, esteja ele pintado ou não. O 8º vértice a ser pintado será:

- a) M.
- b) J.
- c) E.
- d) B.
- e) A.

07) (Consulplan) a praça de uma cidade tem o formato de um hexágono regular com um poste de energia localizado em cada um dos vértices dessa figura da geometria plana, em que os postes estão representados por pontos:



A praça precisa ser decorada com bandeirolas que devem ser amarradas sempre entre dois postes que não sejam adjacentes, ou seja, não poderão amarrar as bandeirolas entre dois postes vizinhos. Cada um dos postes será conectado a quantos outros postes pelas bandeirolas?

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.

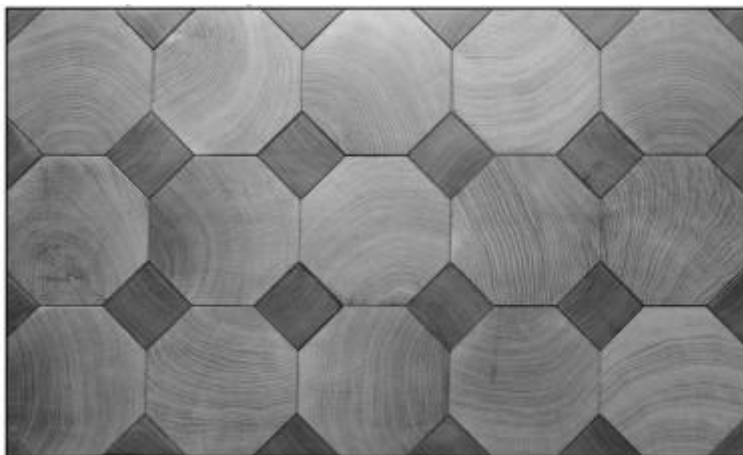
08) (IDESG) Em um polígono regular de 18 lados, seja x a medida de um de seus ângulos externos. Qual é o valor da expressão $-2x^2 - 3x + 12$?

- a) 160.
- b) -51,668.
- c) -848.
- d) 20.

09) (ADM TEC) Qual será o perímetro de um icoságono regular cuja soma de dois lados equivale ao menor número natural de dois algarismos? (Considere que todas as medidas estão na mesma unidade)

- a) 10
- b) 100
- c) 20
- d) 200

10) (FADESP) Um mosaico foi utilizado para ornamentar o piso de um salão e é composto por três tipos de figuras geométricas, como mostra a imagem a seguir.



Os polígonos utilizados para construir o mosaico são:

- a) Hexágonos, quadriláteros e triângulos.
- b) Pentágonos, quadrados e triângulos.
- c) Hexágonos, paralelogramos e pentágonos.
- d) Triângulos, losangos e octógonos.
- e) Quadrados, triângulos e heptágonos.

11) (GUALIMP) Considere dois polígonos convexos. O Polígono 1 tem 2 lados a menos que o Polígono 2, e o Polígono 2 tem 19 diagonais a mais do que o Polígono 1. Somando-se o número de lados e de diagonais dos dois polígonos, temos como resultado o número:

- a) 54. b) 111. c) 89. d) 101.

12) Um eneágono regular de lado 8 cm tem o perímetro igual a:

- a) 72 cm. b) 76 cm. c) 88 cm. d) 90 cm.

13) (SELECON) Para determinar o perímetro de um decágono regular, um aluno se enganou e, ao multiplicar a medida X do lado por 10, acabou dividindo por 10. Em relação à medida do perímetro $10X$, o resultado obtido por ele corresponde a:

- a) 0,01%. b) 0,1%. c) 1%. d) 10%.

14) (Instituto Machado de Assis) Sabendo que a soma dos ângulos internos de um polígono regular é igual a 1080° , é INCORRETO afirmar que:

- a) Esse polígono é um octógono.
- b) Esse polígono possui oito lados, oito ângulos internos e oito ângulos externos.

- c) Esse polígono possui quarenta diagonais.
 d) A medida de um dos ângulos externos desse polígono é 45° .

15) Resulta, necessariamente, em um número irracional o quociente da medida:

- a) Dos lados de um losango e da medida de uma das suas diagonais.
 b) Dos lados de um hexágono regular e da medida de uma de suas diagonais.
 c) Dos lados de um quadrado e da medida de uma de suas diagonais.
 d) Do maior lado de um triângulo e da medida de uma das alturas desse triângulo.
 e) Do menor lado de um trapézio e da medida da altura desse trapézio.

Resolução da lista de exercícios:

$$01) n = \frac{1}{3}D \rightarrow n = \frac{1}{3} \cdot \frac{n(n-3)}{2} \rightarrow n = \frac{n(n-3)}{6} \rightarrow 6n = n^2 - 3n \rightarrow n^2 - 9n = 0$$

$$n(n - 9) = 0$$

$$\rightarrow n = 0 \text{ (não convém)}$$

$$\rightarrow n - 9 = 0 \rightarrow n = 9$$

Portanto, a resposta é a alternativa a)

02) A soma dos ângulos internos de um heptágono regular é igual a:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ = (7 - 2) \cdot 180^\circ = 5 \cdot 180^\circ = 900^\circ$$

Ou seja, os ângulos internos do heptágono são, aproximadamente:

$$\frac{900^\circ}{7} = 129^\circ$$

Sendo assim, os ângulos externos do heptágono é, aproximadamente:

$$180^\circ - 129^\circ = 51^\circ$$

Sendo assim, a resposta é a alternativa e)

03) A figura geométrica plana com seis lados iguais e seis ângulos iguais é o hexágono regular. Portanto, a resposta é a alternativa e)

04) Analisando as alternativas:

Se o triângulo é equilátero, então todos os lados são iguais, logo:

$$\frac{120}{3} = 40 \text{ cm}$$

Então, a área do triângulo será dada por:

$$A_t = \frac{b \cdot h}{2}$$

Sendo a base igual ao lado do triângulo, e a altura, por Teorema de Pitágoras igual a $20\sqrt{3}$ cm, logo:

$$A_t = \frac{40 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 400\sqrt{3} \approx 692,82 \text{ cm}$$

Para o quadrado, temos que seus lados são iguais a:

$$\frac{120}{4} = 30 \text{ cm}$$

Então, a área do quadrado será dada por:

$$A_q = l^2 = 30^2 = 900 \text{ cm}^2$$

Para o hexágono, os lados são iguais a:

$$\frac{120}{6} = 20 \text{ cm}$$

Logo, a área é dada por:

$$A_h = 3 \cdot b \cdot a$$

Sendo que a base é igual ao lado do hexágono e o apótema, pelo Teorema de Pitágoras, é dado por $10\sqrt{3}$ cm. Logo:

$$A_h = 3 \cdot b \cdot a = 3 \cdot 20 \cdot 10\sqrt{3} = 600\sqrt{3} \approx 1039,23 \text{ cm}$$

Portanto, as áreas não são iguais apesar do perímetro ser diferente. Logo, esta afirmação é falsa.

A área do terreno é dada por:

$$A = 20 \cdot 18,2 = 364 \text{ m}^2$$

Sendo assim, 42% da área do terreno é:

$$42\% \cdot 364 = 0,42 \cdot 364 = 152,88 \text{ m}^2$$

Ou seja, essa afirmação é verdadeira. Logo, a alternativa correta é a c).

05) Para calcular o perímetro do heptágono menor, devemos multiplicar o valor do lado por sete:

$$P_{hep_{menor}} = l_{hep_{menor}} \cdot 7 = 3 \cdot 7 = 21 \text{ cm}$$

Sendo assim, o outro heptágono tem perímetro igual a:

$$P_{hep_{maior}} = P_{hep_{menor}} + 14 = 21 + 14 = 35$$

Portanto, o lado do perímetro menor é dado por:

$$P_{hep_{maior}} = \frac{35}{7} = 5 \text{ cm}$$

Logo, a alternativa correta é b).

06) Seguindo a sequência estabelecida, o 8º vértice a ser pintado é o A. Sendo assim, a alternativa correta é a e).

07) Como o número de vértices do hexágono é par (igual a 6), seguindo a construção para colocar as bandeirolas nos postes, cada poste ficará ligado a dois outros pelas bandeirolas. Ou seja, a alternativa correta é a b).

08) Se o polígono é regular, então a medida dos seus ângulos é igual e podemos encontrar pela relação da soma dos ângulos internos, isto é:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ = (18 - 2) \cdot 180^\circ = 16 \cdot 180^\circ = 2880^\circ$$

Agora, dividindo o resultado por 18, temos:

$$\frac{2880^\circ}{18} = 160^\circ$$

Nisso, o valor da expressão é dado por:

$$\begin{aligned} -2x^2 - 3x + 12 &= -2(160)^2 - 3(160) + 12 = -2 \cdot 25600 - 480 + 12 = \\ &\Rightarrow -51200 - 480 + 12 = -51668 \end{aligned}$$

Logo, a alternativa correta é a b)

09) Um icosaédono possui 20 lados, e se a medida dos seus lados é igual ao menor valor natural com dois algarismos, então os lados desse icosaédono medem 10. Logo, o perímetro desse polígono é dada por:

$$10 \cdot 20 = 200$$

Logo, a alternativa correta é a d)

10) Pela análise da imagem podemos constatar que o mosaico é formado por triângulos, quadrados/retângulos/losangos, que neste caso representam a mesma figura, e octógonos. Logo, a alternativa correta é a d)

11) Pela relação de diagonais, temos que, para os polígonos 1 e 2:

$$D_1 = \frac{n_1(n_1 - 3)}{2} \text{ e } D_2 = \frac{n_2(n_2 - 3)}{2}$$

Sendo que: $D_2 = D_1 + 19$. Dado que $n_2 = n_1 + 2$, então:

$$D_2 = D_1 + 19$$

$$\frac{n_2(n_2 - 3)}{2} = \frac{n_1(n_1 - 3)}{2} + 19 \Rightarrow \frac{(n_1 + 2)(n_1 - 1)}{2} = \frac{n_1(n_1 - 3)}{2} + \frac{38}{2}$$

$$\frac{n_1^2 + n_1 - 2}{2} = \frac{n_1^2 - 3n_1 + 38}{2}$$

$$n_1^2 + n_1 - 2 = n_1^2 - 3n_1 + 38$$

$$n_1 + 3n_1 = 40$$

$$4n_1 = 40$$

$$n_1 = 10$$

Portanto, $n_2 = 12$. Além disso,

$$D_1 = \frac{n_1(n_1 - 3)}{2} = \frac{10(10 - 3)}{2} = \frac{10 \cdot 7}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

$$D_2 = D_1 + 19 = 35 + 19 = 54$$

Portanto: $n_1 + n_2 + D_1 + D_2 = 10 + 12 + 35 + 54 = 111$. A alternativa correta é a b)

12) O eneágono regular possui 9 lados, logo:

$$9 \cdot 8 = 72 \text{ cm}$$

A alternativa correta é a a)

13) Medida do perímetro: $10X$;

Medida calculada pelo aluno: $\frac{X}{10}$

$$\text{Relação: } \frac{\frac{X}{10}}{10X} = \frac{X}{10} \cdot \frac{1}{10X} = \frac{1}{100} = 1\%$$

A alternativa correta é a c)

14) Pela relação da soma dos ângulos internos, temos que o polígono é um octógono:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$1080^\circ = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$n - 2 = \frac{1080^\circ}{180^\circ}$$

$$n - 2 = 6$$

$$n = 8$$

E o número de diagonais será dado por:

$$D = \frac{n(n - 3)}{2} = \frac{8(8 - 3)}{2} = 4 \cdot 5 = 20$$

Ainda, a medida de seus ângulos internos é 135° e dos ângulos externos é 45° .

Logo, a alternativa incorreta é c)

15) Analisando as alternativas, temos:

a) Se as diagonais do losango medirem 6 e 8, os lados, pelo Teorema de Pitágoras, medirão 5, logo, a relação entre o lado e qualquer uma das suas diagonais é um valor racional para o losango considerado, logo, não condiz com o que pede o enunciado, ou seja, a alternativa não é o gabarito da questão.

b) Os hexágonos regulares são formados por seis triângulos equiláteros internos cujos lados formam metade das diagonais do polígono. Sendo assim, em um hexágono regular de lado 4, a relação entre os lados e as diagonais do polígono considerado será racional, não condizendo com o enunciado, ou seja, a alternativa não é gabarito da questão.

c) Os lados de um quadrado são sempre iguais, e, para encontrar a medida de suas diagonais, também iguais, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras, chegando na seguinte relação $D_{\text{quadrado}} = l\sqrt{2}$. Logo, para qualquer quadrado, se dividirmos o valor de seu lado pelo valor de sua diagonal, o resultado será necessariamente irracional, ou seja, a alternativa é o gabarito da questão.

d) Ao tomarmos um triângulo isósceles de base 6 e lados 5, sua altura será dada, pelo Teorema de Pitágoras, por 4, ou seja, a relação entre seu lado maior e uma de suas alturas é racional, não condizendo com o enunciado, ou seja, a alternativa não é gabarito da questão.

e) Se tomarmos um trapézio cujo lado menor e altura são valores inteiros, a relação entre essas medidas é racional, não condizendo com o enunciado, ou seja, a alternativa não é gabarito da questão.

Referências:

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática**: 8º ano. 3. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012. p. 211.

CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. **Convergências Matemática** – Ensino Fundamental Anos Finais – 8º ano – Manual do Professor. 2. ed. São Paulo: Edições SM, 2018. p. 105.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar** – Geometria Plana. São Paulo: Atual, edição (verificar edição do exemplar), ano. p. 129.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. **Polígonos**. Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/poligonos.htm>. Acesso em 29 de julho de 2025.

4º Relatório - Sala A207

Grupo de Estagiários: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

No dia 31 de maio de 2025, ocorreu o quarto encontro do Promat. O tema central da aula foi o estudo dos polígonos, abrangendo desde conceitos básicos até classificações e propriedades geométricas, conforme o conteúdo apresentado nos *slides* e no plano de aula elaborado pelos discentes-professores.

A aula teve início com uma abordagem expositiva sobre o que são polígonos, destacando que são figuras planas, fechadas, formadas por segmentos de reta, e diferenciando-os de figuras com curvas. Foram apresentados exemplos visuais e uma tabela com diferentes tipos de polígonos.

Na sequência, os estudantes foram conduzidos pelo estudo das principais características dos polígonos: lados, vértices, ângulos (internos e externos) e diagonais. Foi enfatizada também a nomenclatura dos polígonos conforme a quantidade de lados, bem como as classificações específicas de triângulos e quadriláteros.

Para reforçar o conteúdo, foram realizadas duas dinâmicas lúdicas:

1. Jogo dos Polígonos: com o objetivo de fixar os conceitos de nomeação e classificação dos polígonos, os estudantes participaram de um jogo de cartas. As cartas continham figuras de diferentes polígonos e seus respectivos nomes. Cada aluno recebeu um conjunto de cartas com figuras, enquanto as cartas com as designações foram colocadas em um monte. A cada rodada, um jogador sorteava uma carta com o nome de um polígono e tentava encontrar, entre suas cartas, a figura correspondente. Caso encontrasse, formava o par e o colocava sobre a mesa. Se

não encontrasse, pegava cartas do monte ou pedia cartas a outros jogadores. Vencia quem esgotasse primeiro suas cartas com figuras. A atividade estimulou a observação, a memorização e a associação entre representação visual e nomenclatura matemática.

Conforme os estudantes foram se familiarizando cada vez mais com o conteúdo, eles mesmo criavam suas regras e a maneira que achavam melhor jogar, depois de ter feito do modo que os discentes-professores apresentaram. Um exemplo foi: um grupo com 4 integrantes decidiu competir em dupla, disseram que seria emocionante testar essa possibilidade então concordamos. A dinâmica despertou risos e competitividade saudável, mas também evidenciou que alguns estudantes ainda confundiam ângulos obtusos, retos e agudos, exigindo pausas para reforçar explicações. Apesar disso, a participação foi quase unânime, com alunos que normalmente se mantinham mais reservados se envolvendo ativamente. Essa interação ajudou a quebrar o clima de passividade e facilitou a compreensão do conteúdo.

2. “O Mestre Mandou... Fazer um Ângulo”: essa dinâmica teve como foco a identificação dos diferentes tipos de ângulos. Os estudantes ficaram em pé ao lado das carteiras e seguiam comandos verbais dos discentes-professores. Se o comando começasse com “O mestre mandou...”, os estudantes deveriam executar o gesto corporal correspondente ao tipo de ângulo indicado por eles: nulo ($=0^\circ$ ou 360°), agudo ($>0^\circ$ e $<90^\circ$), reto ($=90^\circ$), obtuso ($>90^\circ$ e $<180^\circ$) ou raso ($=180^\circ$). Se o comando não fosse precedido por “O mestre mandou...”, os alunos deveriam permanecer imóveis. Essa brincadeira ajudou os estudantes a associarem conceitos geométricos a expressões corporais, promovendo uma aprendizagem ativa e divertida.

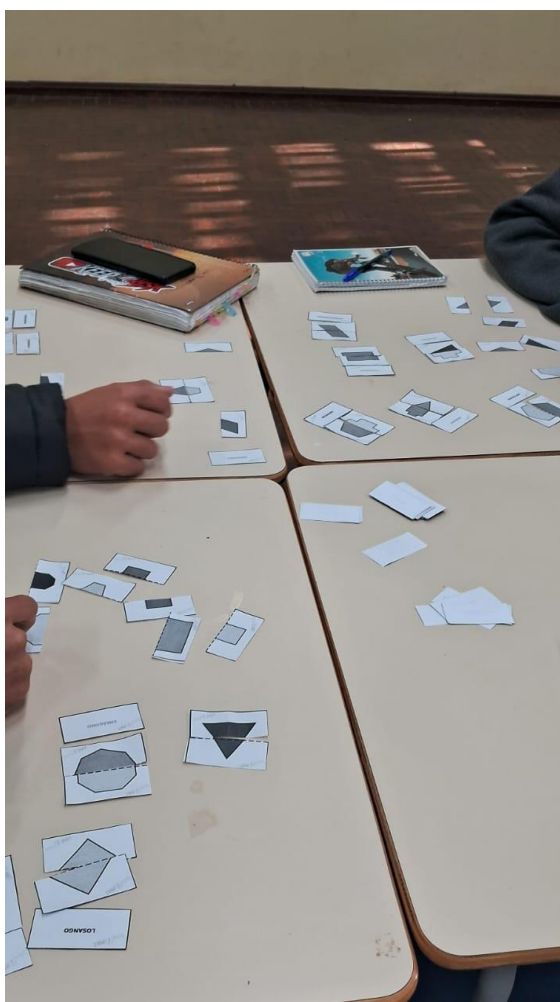
Essa dinâmica foi muito divertida para toda a turma, a maioria dos estudantes quiseram participar, os que eram mais introvertidos não eram obrigados e logo se sentavam, os estagiários não obrigavam a ninguém participar caso não fosse de seu interesse. Os discentes-professores repassaram as regras várias vezes, pois era claro observar que alguns estudantes, ainda confundiam os tipos de ângulos solicitados que deviam representar. Também gerou uma competitividade saudável entre eles. Apesar da diversão os estagiários conseguiram observar as dificuldades dos estudantes na questão dos ângulos.

Em seguida, foram discutidos os conceitos de vértices e diagonais, apresentando as fórmulas para calcular o número de diagonais de um polígono convexo. Também foram apresentados os critérios para classificar os polígonos como côncavos ou convexos, e dentro dos convexos, como regulares ou irregulares, explicando para os estudantes no quadro como

poderia ser realizado. Por fim, foram trabalhados os conceitos de perímetro e área dos polígonos, com destaque para os cálculos envolvendo triângulos, quadriláteros e hexágonos. Os professores utilizaram exemplos práticos para ilustrar os conteúdos.

Encerrando o encontro, os estudantes participaram da resolução de uma lista de exercícios contendo questões de vestibulares e concursos sobre o tema estudado. A atividade permitiu aplicar os conhecimentos adquiridos ao longo da aula, contribuindo para a consolidação do aprendizado. Também foi passado uma lista para os estudantes assinarem seu nome, de modo a confirmar sua presença no encontro.

Figura 14 - Jogo dos Polígonos



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Plano de aula 5º encontro – 7 de junho de 2025

Público-alvo: Estudantes do Ensino Médio e ingressantes do Ensino Superior.

Professores: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

Objetivos Gerais: Proporcionar aos estudantes uma compreensão ampla e significativa sobre os triângulos, abordando desde seus elementos fundamentais até propriedades mais complexas, como os casos de congruência e o Teorema de Pitágoras. Por meio de atividades práticas, experiências visuais e estratégias lúdicas, buscando-se desenvolver o raciocínio geométrico, a capacidade de observação e a autonomia dos alunos na resolução de problemas, promovendo um aprendizado ativo e contextualizado da geometria plana.

Objetivos Específicos:

- Reconhecer a rigidez estrutural do triângulo e condições para sua existência.
- Classificar triângulos por seus lados e ângulos.
- Verificar a soma dos ângulos internos de polígonos.
- Aplicar o Teorema de Pitágoras para resolver problemas contextualizados.
- Explorar os casos de congruência.
- Desenvolver habilidades de medição, comparação e raciocínio lógico-espacial.

Conteúdo: Elementos dos triângulos, suas classificações quanto aos lados e ângulos, a condição de existência, a soma dos ângulos internos e externos, os casos de congruência, o Teorema de Pitágoras e a fórmula da soma dos ângulos internos dos polígonos.

Desenvolvimento

Introdução aos Triângulos (30 min):

A aula será iniciada com uma explicação sobre o conceito geral do que é um triângulo e, de forma dialógica, proporemos uma discussão sobre o que estudantes entendem por triângulo e onde eles conseguem encontrar essas figuras geométricas. Essa discussão possui o objetivo de relacionar os conhecimentos prévios dos estudantes da turma quanto ao tema da aula e destacar as principais características do polígono, no sentido de revisão do conteúdo trabalhado no encontro anterior. Logo após, faremos a formalização do conteúdo:

- Triângulo: polígono que possui três lados, e, por esse motivo, é o polígono mais simples. Seus principais elementos são os seus três lados, três vértices e três ângulos internos. (Oliveira, s.d.).

Em seguida, veremos como a estrutura de um triângulo confere a propriedade de rigidez, isto é, os seus lados não sofrem deformações estruturais, ou seja, dado um triângulo com lados a , b e c , a única forma de modificá-lo é a partir de equivalências que preservam a medida dos ângulos, enquanto em outros polígonos, ao fazermos o mesmo, podemos modificar essa medida.

Nisso faremos a contextualização do uso dos triângulos em construções e projetos arquitetônicos, sendo amplamente utilizado em pontes, torres e estruturas da engenharia para garantir-lhes maior resistência às ações do ambiente.

Dinâmica da condição de existência de triângulos (15 min):

Na sequência, com a intenção de mostrar ao estudante um conceito sem enunciá-lo ou formalizá-lo de antemão, serão distribuídos palitos de picolé para os estudantes e será proposto o seguinte desafio: “Façam o máximo de triângulos com três, quatro, cinco ou seis palitos de picolé servindo como medida dos lados desse triângulo, sem sobrepô-lo”. Nisso, procuramos que o estudante, de maneira prática, consiga perceber que não é possível fazer um triângulo com quatro palitos, e que com cinco ou seis palitos, existem configurações limitadas que dependem da medida dos lados.

Portanto, permitiremos que os alunos façam as tentativas necessárias durante dez minutos aos quais utilizaremos para avaliar seu desempenho com questionamentos como: Será que só é possível fazer uma configuração de triângulo com três palitos de picolé? Se você espelhar a construção do triângulo, um novo triângulo é criado, ou é apenas o mesmo triângulo em uma posição diferente?...

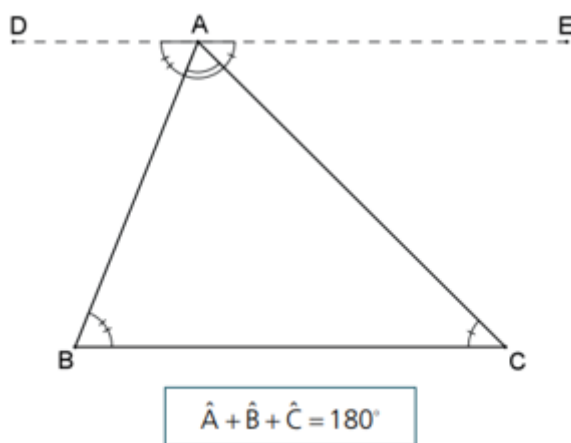
O objetivo dos questionamentos é provocar os estudantes a indagar-se sobre as diferentes perspectivas de percepção dimensional, e espacial, que a dinâmica requer, e, assim, poder desenvolver novos parâmetros cognitivos relacionados à Geometria capazes de auxiliá-los na resolução da atividade, mas também na sua própria vivência, de forma prática, seja para estudo, seja para critérios empregatícios.

Passados os dez minutos, a formalização do conteúdo será feita com auxílio do(s) 1) quadro, escrevendo exemplos que induzem a utilização dos conhecimentos aplicados nesta dinâmica, de forma a fixar a ideia e proporcionar as ferramentas matemáticas necessárias para o bom andamento do planejamento de aula; 2) *slides* para auxílio visual; e 3) próprios palitos que os estudantes ainda possuirão em suas carteiras, permitindo-lhes constatar o raciocínio relacionado à condição de existência do Triângulo, e aos quais estiveram manuseando durante os últimos dez minutos. Em outras palavras, o uso dos palitos de picolé possui o intuito de facilitar a assimilação dos conceitos da aula, a qualquer estudante que possa ter maior facilidade de aprendizado no sentido centrado, no sentido visual e no sentido tátil, buscando alcançar o aprendizado no máximo de formas possíveis, dado o tempo de curso.

Soma dos ângulos internos de um triângulo (25 min):

Dada a dificuldade apresentada no encontro anterior em relação aos ângulos e suas relações com os polígonos regulares e irregulares, daremos ênfase a esse conteúdo, revisando os tipos de ângulos – nulo, agudo, reto, obtuso e raso - e suas relações com os triângulos. Para isso, faremos a definição da soma dos ângulos internos de um triângulo sendo definida pela figura a seguir:

Figura 15 - Soma de ângulos internos de triângulos



Fonte: Acervo dos autores.

Dinâmica dos ângulos internos de um triângulo (15 min):

Para enfatizar a fórmula da soma dos ângulos internos de um triângulo, entregaremos uma cópia contendo alguns triângulos de diferentes forma e tamanhos. Nisso, os estudantes deverão:

- Realizar a pintura dos ângulos internos de cada triângulo de preferência com cores distintas;
- Recortar um dos triângulos em três partes, de forma que cada ângulo permaneça inteiro em uma das partes;
- Unir os ângulos pelo vértice dos triângulos;
- Repetir o processo para os demais triângulos.

Para encerrar a dinâmica, faremos questionamentos que proporcionem ao estudante a compreensão da atividade e reforcem a definição estudada.

Classificação dos triângulos (15 min):

Dando continuidade à aula, retomaremos as classificações dos triângulos quanto aos ângulos, dados por: acutângulo, que possui todos os ângulos agudos; retângulo, que possui um ângulo reto; e obtusângulo, que possui um ângulo maior do que 90° . Em seguida, retomaremos a classificação quanto aos lados também, dados por: equilátero, que possui todos os lados com a mesma medida; isósceles, que possui pelo menos dois lados com as mesmas medidas; e escaleno, que possui todos os lados com medidas diferentes. Nesse sentido, daremos exemplos com auxílio dos *slides* e resolução conjunta no quadro.

Casos de congruência e semelhança de triângulos (40 min):

Encerrando a revisão do conteúdo com base no que estudamos no encontro anterior, mas enfatizando essas relações nos triângulos, apresentaremos os casos de congruência no triângulo, definindo a congruência, de forma básica, como triângulos que possuem as mesmas características e, posicionados de forma diferente, o que forma uma nova construção do polígono.

- 1º caso de congruência de triângulos: **lado-ângulo-lado**, isto é, quando dois ou mais triângulos possuem dois lados consecutivos e o ângulo entre eles com as mesmas medidas, configura-se uma forma de congruência;
- 2º caso de congruência de triângulos: **lado-lado-lado**, isto é, quando todos os lados de dois ou mais triângulos possuem as mesmas medidas, configura-se outra forma de congruência;
- 3º caso de congruência de triângulos: **ângulo-lado-ângulo**, isto é, quando dois ou mais triângulos possuem ângulos consecutivos e o lado em relação a esses ângulos com as mesmas medidas, configura-se mais um caso de congruência;

- 4º caso de congruência de triângulos: **lado-ângulo-ângulo oposto**, isto é, quando dois ou mais triângulos possuem um lado, um ângulo referente ao lado tomado, e o ângulo oposto ao lado tomado com as mesmas medidas, configura-se o quarto caso de congruência;

Diante do exposto, não traremos os casos de congruência de triângulos retângulos, com o objetivo de não fazer uma sobrecarga sobre os conteúdos ministrados e, também, para dispormos de maior tempo para a elucidação dos casos trabalhados a partir de exemplos realizados no quadro.

Ainda nesse momento, trabalharemos os casos de semelhança de triângulos, definindo a semelhança como triângulos com diferentes medidas, mas que se preserva a proporção em relação às suas medidas, dados por:

- 1º caso de semelhança de triângulos: **ângulo-ângulo(-ângulo)**, isto é, quando dois (consequentemente, todos) os ângulos de dois ou mais triângulos possuem as mesmas medidas, respectivamente, configura-se um caso de semelhança;
- 2º caso de semelhança de triângulos: **lado-ângulo-lado**, isto é, quando dois triângulos possuem dois lados consecutivos com a mesma proporção das medidas e o ângulo relativo a esses lados possuírem também a mesma medida, configura-se mais um caso de semelhança;
- 3º caso de semelhança de triângulos: **lado-lado-lado**, isto é, quando a proporção de todos os lados respectivos de dois ou mais triângulos é a mesma, configura-se o terceiro caso de semelhança.

Para encerrar esse tópico, aplicaremos mais exemplos no quadro com o objetivo de fixação dos conteúdos e, assim, avaliar o entendimento dos conteúdos abordados até o momento.

Teorema de Pitágoras (20 min):

Continuando a conceitualização sobre as regras matemáticas pertinentes ao estudo da Geometria, iremos dar enfoque ao Teorema de Pitágoras, ao qual foi iniciado no encontro anterior, mas de maneira superficial. Sendo que, para este encontro, pretende-se enfatizar os conceitos e equações relacionados ao triângulo retângulo. Nisto, a conceitualização do Teorema será dada da seguinte forma:

- **Teorema de Pitágoras:** a soma das medidas ao quadrado dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

Nesse sentido, a intenção de apresentar o teorema a partir do seu enunciado está em provocar os estudantes a entender a abstração matemática imposta nele. Ou seja, a partir de um acompanhamento assistivo, iremos perguntá-los sobre cada conceito apresentado no enunciado: soma, medida, catetos, hipotenusa e operação de potência que conceitua o quadrado de um valor. Ainda, apresentaremos a demonstração figural atrelada ao Teorema com auxílio do vídeo “A demonstração do Teorema de Pitágoras (via experimento)”, disponível na plataforma YouTube pelo link: <https://www.youtube.com/watch?v=bS-D0XeFMPQ>. Por fim, realizaremos exemplos com o auxílio dos *slides* e resolução conjunta no quadro.

Construção de figuras planas a partir de triângulos (40 min):

Com o uso de dois triângulos retângulos formado pelos ângulos notáveis - 30°, 60° e 90° -, disponibilizados em impressões em folha, os estudantes formarão o máximo de figuras planas que conseguirem, a saber: um retângulo, um quadrilátero irregular, duas configurações de paralelogramos, um triângulo equilátero e um triângulo isósceles. Após encontrar todas as figuras, irão recortar um círculo de 8 (oito) cm de diâmetro, dobrá-lo ao meio duas vezes seguidas, abri-lo novamente e cortá-lo nas marcações formadas pela dobra, formando assim, quatro ângulos retos. Logo após, com um desses ângulos retos, farão duas dobras a partir do vértice, dividindo o ângulo em três partes iguais, abrindo-o novamente e cortando em apenas uma das marcações de dobra, obtendo os ângulos de 60° e 30°.

Nisso, os alunos possuirão à sua disposição, diferentes figuras geométricas que podem formar com os triângulos retângulos e os ângulos notáveis. Sendo assim, a atividade consiste em reformar os polígonos e fazer a conferência dos ângulos internos de cada um, anotando essas medidas em uma tabela. A análise desses dados permitirá que os próprios estudantes, de forma intuitiva, deduzam a relação entre o número de lados de um polígono e a soma de seus ângulos internos, e, logo após faremos a formalização dessa relação: $S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$.

Materiais Utilizados:

- Quadro e Giz;
- Slides;
- Projetor e tela de projeção;
- Impressão do Material Complementar para cada aluno:

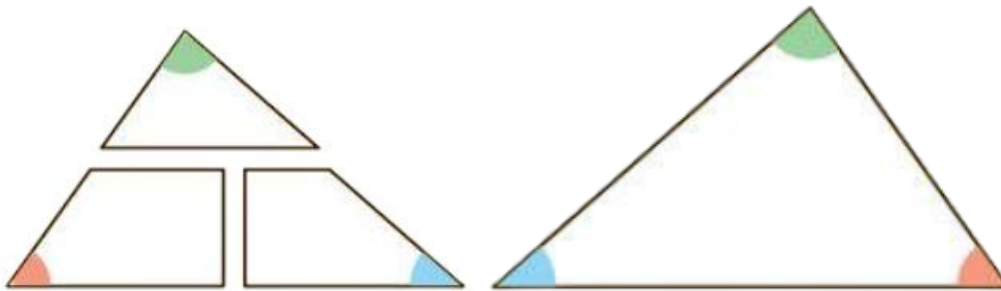
- Triângulos retângulos com ângulos medindo 30° , 60° e 90°
- Círculo de 8 cm de diâmetro



- Papel A4 colorido
- Tesoura
- Lápis de cor ou caneta

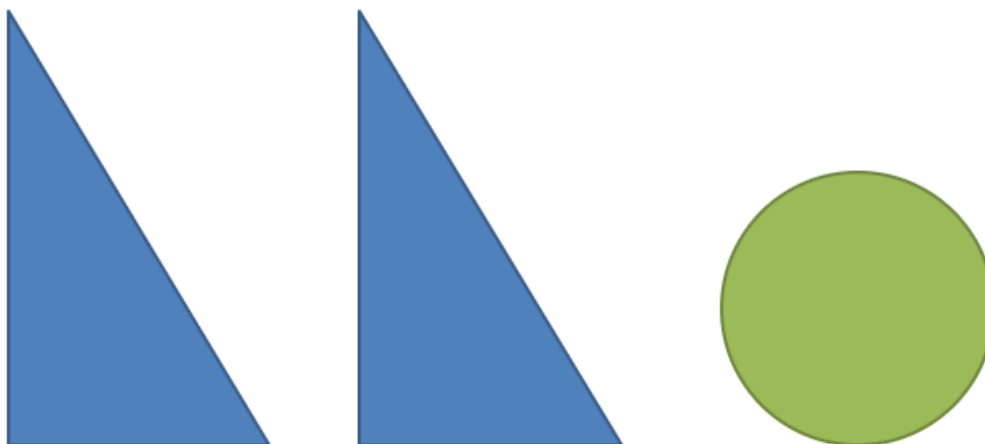
Material complementar para impressão:

Figura 16 - Exploração da Soma dos Ângulos Internos



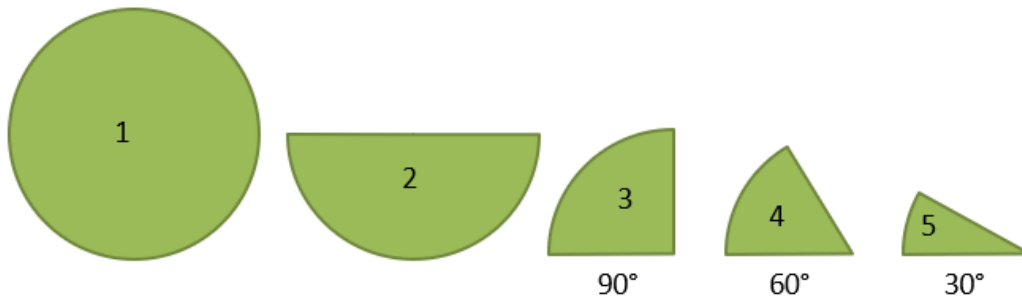
Fonte: Simão de Miranda. 2016

Figura 17 - Construção de Polígonos com Triângulos



Fonte: José Alcântara. Polígonos. 2024

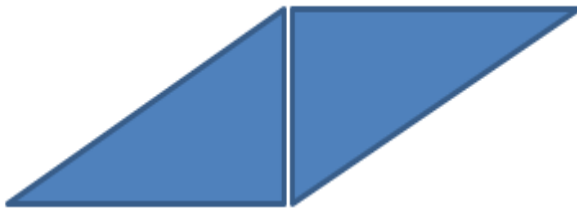
Figura 18 - Medição dos ângulos



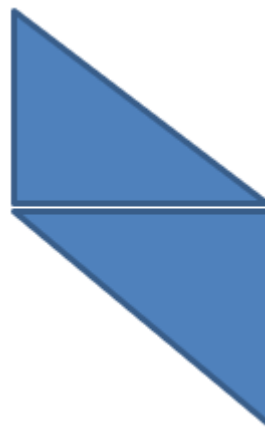
Fonte: José Alcântara. 2024

Resolução da Dinâmica de construção de figuras planas a partir de triângulos:

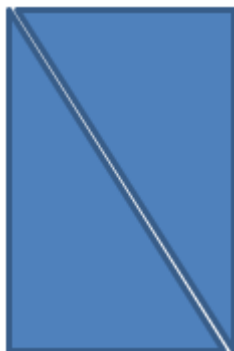
Paralelogramo 1



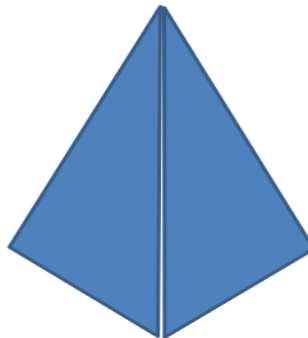
Paralelogramo 2



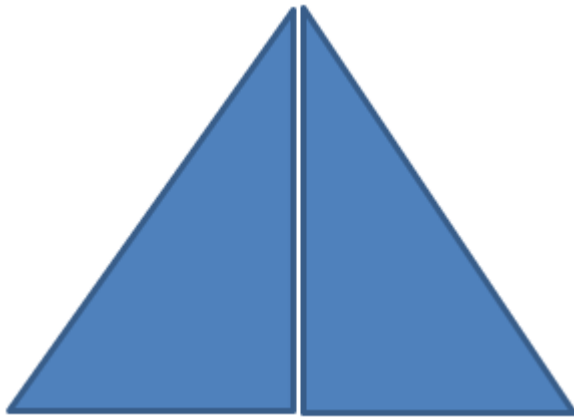
Retângulo



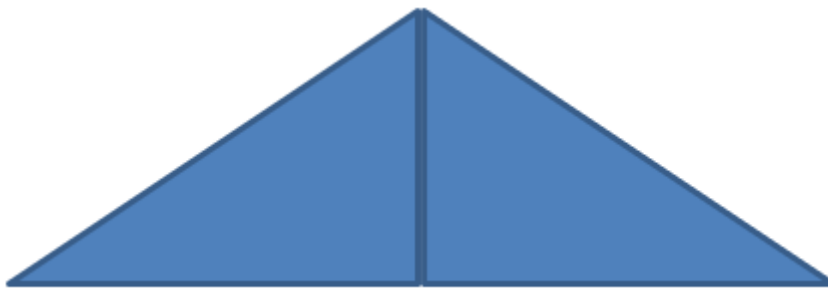
Quadrilátero irregular



Triângulo equilátero



Triângulo Isósceles

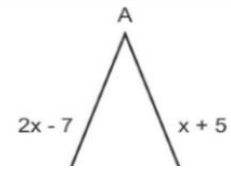


Lista de exercícios:

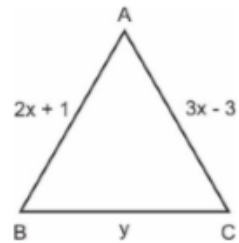
1. (Dolce/Pompeo) Indique se cada afirmação abaixo é verdadeira ou falsa. No caso de ela ser falsa, exiba um contraexemplo.

- a) Todo triângulo isósceles é equilátero.
- b) Todo triângulo equilátero é isósceles.
- c) Todo triângulo retângulo é escaleno.
- d) Todo triângulo retângulo é isósceles.
- e) Todos os triângulos equiláteros são congruentes.

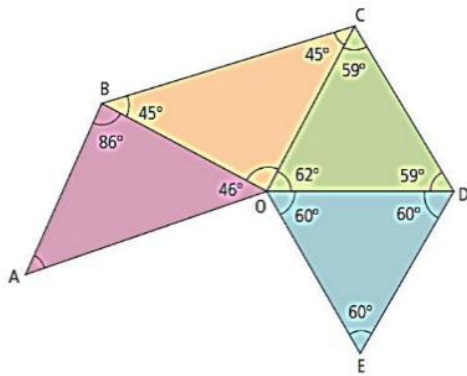
2. (Dolce/Pompeo) Sabendo que o triângulo ABC é isóscele, com base BC, determine x.



3. Sabendo que o triângulo abaixo é equilátero, determine x e y.



4. Considere a figura a seguir:

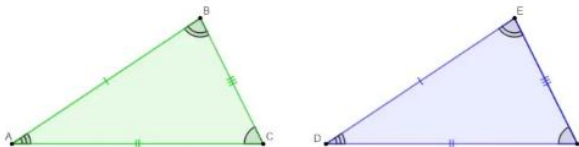


a) Calcule a medida do ângulo BÂO.

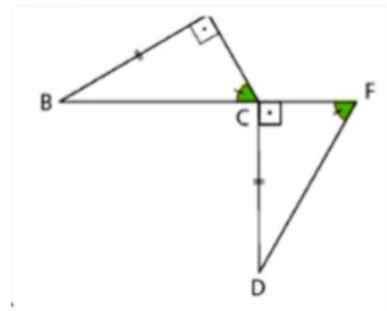
b) No triângulo CDO, identifique o lado de maior comprimento.

5. Em cada figura a seguir, observe as indicações de congruência e escreva qual o caso de congruência entre os triângulos:

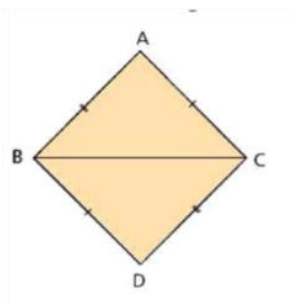
a)



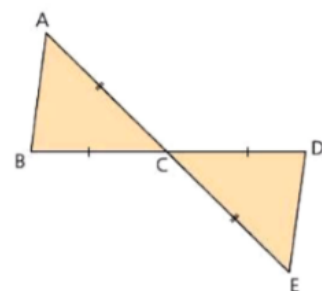
b)



c)

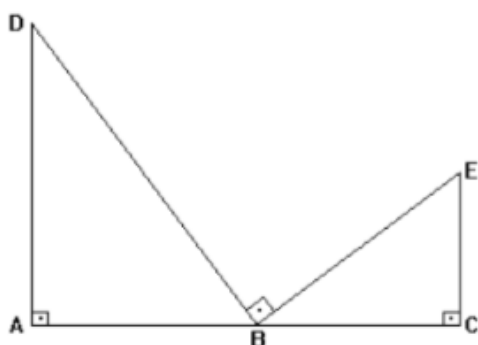


d)



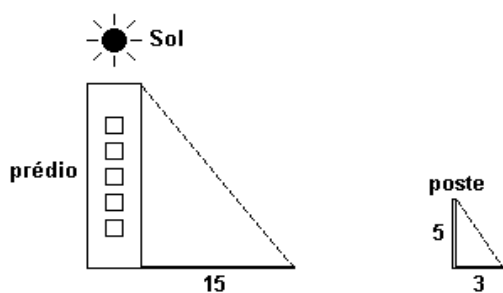
6. (Unicamp) Uma rampa de inclinação constante, como a que dá acesso ao Palácio do Planalto em Brasília, tem 4 metros de altura na sua parte mais alta. Uma pessoa, tendo começado a subi-la, nota que após caminhar 12,3 metros sobre a rampa está a 1,5 metros de altura em relação ao solo. Faça uma figura ilustrativa da situação descrita.

7. (Unesp Adaptada) Na figura, B é um ponto do segmento de reta AC e os ângulos DAB, DBE e BCE são retos. Se o segmento AD = 6 cm, o segmento AC = 11 cm e o segmento EC = 3 cm, as medidas possíveis de AB, em cm, são:



- a) 4,5 e 6,5. b) 7,5 e 3,5. c) 8 e 3. d) 7 e 4. e) 9 e 2.

8. (Unesp Adaptada) A sombra de um prédio, num terreno plano, numa determinada hora do dia, mede 15 m. Nesse mesmo instante, próximo ao prédio, a sombra de um poste que possui uma altura de 5 m mede 3 m.

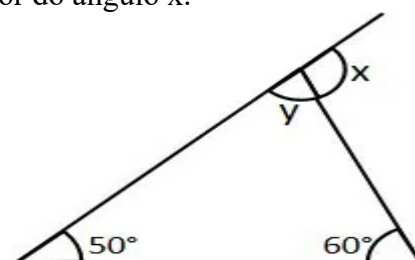


A altura do prédio, em metros, é:

- a) 25. b) 29. c) 30. d) 45. e) 75.

9. Na imagem abaixo, determine a opção em graus do valor do ângulo x.

- a) 10° b) 55° c) 90° d) 110°



10. Um terreno retangular será dividido ao meio, pela sua diagonal, formando dois triângulos retângulos. A metade desse terreno será cercada com 4 fios de arame farpado. Sabendo que as dimensões desse terreno são de 20 metros de largura e 21 metros de comprimento, qual será a metragem mínima gasta de arame?

- a) 300 metros b) 280 metros c) 140 metros d) 70 metros e) 29 metros

11. A área do triângulo retângulo que possui base medindo 5 cm e hipotenusa medindo 13 cm é igual a:

- a) 30 cm² b) 60 cm² c) 24 cm² d) 16 cm² e) 12 cm²

12. (Fundatec) O famoso teorema de Pitágoras nos permite calcular o valor da hipotenusa e dos catetos formadores do triângulo retângulo. Sabendo que a hipotenusa de um determinado triângulo mede 10 cm e o cateto oposto mede 6 cm, assinale a alternativa que contém a medida do cateto adjacente:

- a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 11

Resolução da lista de exercícios:

1. a) Falso. Contraexemplo: o triângulo isósceles com lados medindo 10, 10, 5 não é equilátero, pois os seus nem todos os seus lados são iguais.

b) Verdadeiro.

c) Falso. Contraexemplo: o triângulo de lados 4, 4 e $\sqrt{32}$ é retângulo e isósceles também.

d) Falso. Contraexemplo: o triângulo de lados 4, 3 e 5 é retângulo e não isósceles.

e) Falso. Contraexemplo: os triângulos de lados 1, 1 e 1 e 2, 2 e 2 são equiláteros, mas não são congruentes.

2. Como o triângulo é isósceles, então: $2x - 7 = x + 5 \Rightarrow x = -2$

3. Como o triângulo é equilátero, então: $2x + 1 = 3x - 3 \Rightarrow x = 4$.

E: $y = 2x + 1 \Rightarrow y = 2 \cdot 4 + 1 \Rightarrow y = 9$

4. a) $B\hat{A}O = 180^\circ - 86^\circ - 46^\circ = 48^\circ$

b) O lado de maior comprimento em um triângulo é o oposto ao maior ângulo. Logo, o lado \overline{CD} corresponde ao lado maior.

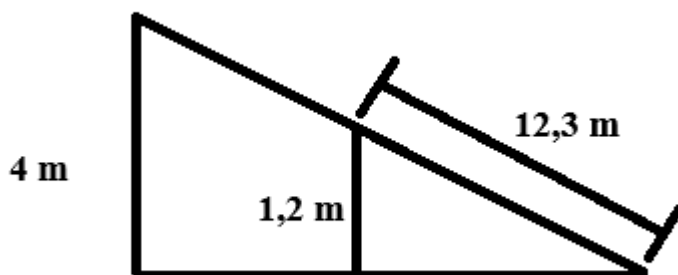
5. a) Lado-lado-lado (LLL)

b) Lado-Ângulo-Ângulo Oposto (LAA_o)

c) Lado-Lado-Lado (LLL)

d) Lado-Ângulo-Lado (LAL)

6.



$$7. (\overline{AB})^2 + (\overline{AD})^2 = (\overline{DB})^2 \Rightarrow (\overline{AB})^2 + 6^2 = (\overline{DB})^2 \Rightarrow (\overline{AB})^2 + 36 = (\overline{DB})^2 \quad I$$

$$(\overline{BC})^2 + (\overline{CE})^2 = (\overline{BE})^2 \Rightarrow (\overline{BC})^2 + 3^2 = (\overline{DE})^2 \Rightarrow (\overline{BC})^2 + 9 = (\overline{DE})^2 \quad II$$

$$\begin{aligned} (\overline{AC})^2 + (\overline{AD} - \overline{CE})^2 &= (\overline{DE})^2 \Rightarrow 11^2 + (6 - 3)^2 = (\overline{DE})^2 \Rightarrow 121 + 9 = (\overline{DE})^2 \\ &\Rightarrow (\overline{DE})^2 = 130 \end{aligned}$$

$$(\overline{BE})^2 + (\overline{DB})^2 = (\overline{DE})^2 \Rightarrow (\overline{BC})^2 + 9 + (\overline{AB})^2 + 36 = 130$$

$$\Rightarrow (\overline{BC})^2 + (\overline{AB})^2 = 85 \quad III$$

$$\overline{AC} = \overline{BC} + \overline{AB} \Rightarrow 11 = \overline{BC} + \overline{AB} \Rightarrow \overline{BC} = 11 - \overline{AB} \quad IV$$

Portanto, substituindo IV em III:

$$(\overline{BC})^2 + (\overline{AB})^2 = 85 \Rightarrow (11 - \overline{AB})^2 + (\overline{AB})^2 = 85$$

$$2(\overline{AB})^2 - 22\overline{AB} + 36 = 0$$

Tomando $\overline{AB} = x$, temos:

$$2x^2 - 22x + 36 = 0$$

$$x^2 - 11x + 18 = 0 \Rightarrow x^2 + 2\left(-\frac{11}{2}\right)x + \left(-\frac{11}{2}\right)^2 - \left(-\frac{11}{2}\right)^2 + 18 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{11}{2}\right)^2 - \frac{121}{4} + \frac{72}{4} = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{11}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{11}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{11}{2} + \frac{7}{2}\right)\left(x - \frac{11}{2} - \frac{7}{2}\right) = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{4}{2}\right)\left(x - \frac{18}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x - 9) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ ou } x = 9$$

Logo, a alternativa correta é a e).

8.

$$\frac{h_{\text{prédio}}}{h_{\text{poste}}} = \frac{S_{\text{prédio}}}{S_{\text{poste}}} \Rightarrow \frac{h_{\text{prédio}}}{5} = \frac{15}{3} \Rightarrow h_{\text{prédio}} = 25 \text{ m}$$

Logo, a alternativa correta é a a)

9. $x = 180^\circ - y$ I

$$y = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$$

Portanto:

$$x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

A alternativa correta é a d)

10. Sabemos que os lados do terreno correspondem aos lados do triângulo retângulo considerado, logo, precisamos encontrar a diagonal desse retângulo. Sendo assim, aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$d^2 = l^2 + c^2$$

$$d^2 = 20^2 + 21^2$$

$$d^2 = 400 + 441$$

$$d^2 = 841$$

$$d = 29$$

Portanto, para encontrar a metragem mínima de arame, devemos somar os valores da largura, comprimento e diagonal e multiplicar o resultado por quatro:

$$(20 + 21 + 29) \cdot 4 = 70 \cdot 4 = 280 \text{ m}$$

Logo, a alternativa correta é a b)

11. Pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$13^2 = 5^2 + c^2$$

$$169 - 25 = c^2$$

$$c^2 = 144$$

$$c = 12 \text{ cm}$$

Logo, a área desse triângulo será de:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 5 \cdot 6 = 30 \text{ cm}^2$$

Portanto, a alternativa correta é a a)

12. Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$10^2 = 6^2 + c^2$$

$$100 = 36 + c^2$$

$$c^2 = 64$$

$$c = 8$$

Logo, a alternativa correta é a b)

Referências:

Alcântara, José. **Polígonos**. 2024. Apresentação de Power Point.

Lemos, Rui. **Figuras semelhantes** – perímetros e áreas. 2020. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/t7favzah>. Acesso em 19 julho de 2025.

Leonardo, Fabio Martins. **Projeto Araribá: Matemática: 7º ano**. Paulo. Moderna. 2006. pp.111

Leonardo, Fabio Martins. **Projeto Araribá: Matemática: 8º ano**. Paulo. Moderna. 2006. pp.94

Miranda, Simão de. **Estratégias didáticas para aulas criativas**. São Paulo: Papirus, 2016

Oliveira, Raul Rodrigues de. **Triângulo**. Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/triangulo.htm>. Acesso em 29 de julho de 2025.

5º Relatório - Sala A207

Grupo de Estagiários: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza.

O encontro iniciou com a solicitação para que os estudantes se dividissem em grupos de até 6 pessoas. Na sequência, os discentes-professores foram explicando sobre o tema da aula, falando inicialmente sobre a rigidez do triângulo e os seus elementos (vértice, lados e ângulos). Em seguida foi proposto uma atividade para os estudantes, no qual foi entregue 6 palitos de picolé para cada um, e foi pedido para que tentassem montar o máximo de triângulos possíveis utilizando três, quatro, cinco ou seis palitos, utilizados como lados dos triângulos sem sobreposição.

Depois de dez minutos, foi questionado se os estudantes saberiam responder o porquê não era possível montar um triângulo com quatro palitos. Explicando-se a relação de condição de existência de um triângulo e dando exemplos na sequência. Para alguns foi frustrante tentar construir um triângulo com quatro palitos, os estagiários não haviam dito que não era possível, concordaram em deixar que eles tentassem, depois da explicação compreenderam melhor.

Na continuação da aula, foi abordado sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo, aplicando, novamente, uma dinâmica com os estudantes. Esta dinâmica consiste em colorir os ângulos de triângulos numa impressão disponibilizada pelos discentes-professores, com cada ângulo de uma cor diferente, após isso, deveriam cortar e juntar os vértices de cada triângulo, constatando o porquê da soma dos ângulos internos de um triângulo serem iguais a 180° . Os discentes-professores explicaram todos os passos que deveriam ser feitos separadamente, aguardando a resolução de cada um deles pelos estudantes, com o intuito de não se perderem durante o andamento da atividade.

Para fixação do conteúdo trabalhado, foram propostos exemplos que deveriam ser resolvidos primeiramente entre os grupos formados, e, em seguida, feita a correção no quadro junto dos discentes-professores. Na próxima seção foi abordado as classificações de triângulos (em relação aos seus ângulos e em relação aos seus lados), com aplicação de exemplos da mesma forma do tópico anterior.

Após o intervalo foi abordado com os estudantes os casos de congruências e semelhança de triângulos, dando alguns exercícios para praticarem os conceitos. Nisso, notou-se uma certa apatia dos estudantes quanto ao desenvolvimento dos exercícios, isto é, durante o acompanhamento, notamos que alguns estudantes não realizavam as atividades propostas, enquanto outros se apresentavam frustrados por não conseguirem resolvê-las. Para que isso não continuasse, decidimos por resolver os exercícios junto dos alunos com auxílio do quadro e passar para a próxima etapa da aula.

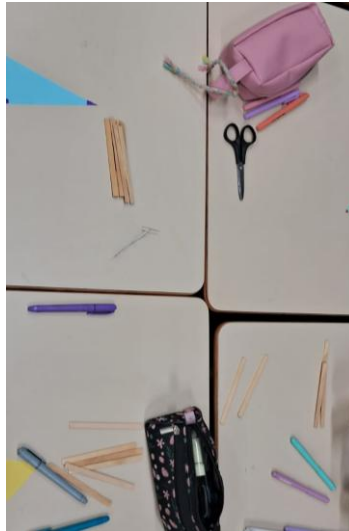
Neste momento, cada estudante recebeu dois triângulos retângulos, com o objetivo de formar o máximo de polígonos possíveis com eles, sendo o total de figuras que poderiam ser formadas igual a seis (um triângulo equilátero, um triângulo isósceles, dois paralelogramos distintos, um retângulo e um quadrilátero irregular). Nisso, os estudantes tentaram montar as seis figuras e foram anotando o seu progresso, muitos deles conseguiram realizar a atividade com facilidade, mas as figuras relacionadas aos paralelogramos, principalmente, em relação à

distinção entre eles, causaram dúvidas entre os estudantes, sendo elucidado pelos discentes-professores que, por possuírem medidas de lados e ângulos diferentes, são figuras diferentes também, apesar de serem classificados no mesmo conjunto.

Em conseqüente, foi distribuído uma folha contendo um círculo de 8 (oito) cm de diâmetro, em que os estudantes deveriam recortá-lo para a próxima etapa da atividade. De posse do círculo, os estudantes deveriam dobrá-lo no meio, desdobrar e cortar na marcação; com uma das partes, eles deveriam dobrar novamente ao meio, desdobrar e cortar na marcação; nisso, uma das partes representa o ângulo de 90° e a outra parte deveria ser dobrada de forma a dividir a figura em três partes iguais, sendo desdobrada e cortada em apenas uma das marcações, para assim conseguirem os ângulos 60° e 30° . Na continuação, os estudantes deveriam encaixar os ângulos obtidos do círculo nas figuras que formaram anteriormente, descobrindo assim qual seria a soma dos ângulos internos de cada figura. Essa atividade despertou bastante o interesse dos estudantes, no momento de realizar o corte no semicírculo muitos tiveram dificuldade para encontrar os ângulos de 60° e 30° , os estagiários os auxiliavam e, se necessário, os entregavam outro círculo para tentarem novamente.

Para encerrar a aula, foi abordado o Teorema de Pitágoras, previsto para aplicação antes da dinâmica anterior, mas postergada para evitar que os estudantes tivessem uma sobrecarga de conteúdo. Isto é, com a aplicação da atividade de construção de polígonos com dois triângulos retângulos, possibilitamos que os estudantes tivessem um momento lúdico dedutivo, em que os processos cognitivos desempenhassem pouco esforço e, conseqüentemente, não fizessem com que pensamentos como “eu odeio matemática” ou “não tenho a ‘inteligência’ necessária para estudar matemática” frustrem os estudantes. Nos últimos minutos da aula, entregamos a lista de exercícios para que pudéssemos avaliar o desenvolvimento dos conteúdos que cada um teve. Passado também uma lista de chamada.

Figura 19 - Rigidez estrutural do triângulo através de palitos



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Plano de aula 6º Encontro – 14 de junho de 2025

Público-alvo: Estudantes do ensino médio e ingressantes no ensino superior.

Tempo de execução: 3h20min

Professores: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

Objetivos Gerais: Proporcionar aos estudantes uma compreensão ampla e significativa sobre geometria espacial, abordando seus elementos fundamentais. Compreender as formas tridimensionais e suas relações, visando aprofundar o conhecimento sobre sólidos geométricos, suas propriedades, cálculos de áreas e volumes. Por meio de atividades práticas, experiências visuais e estratégias lúdicas, buscando-se desenvolver o raciocínio geométrico, a capacidade de observação e a autonomia dos alunos na resolução de problemas, promovendo um aprendizado ativo e contextualizado da geometria espacial.

Objetivos específicos:

- Compreender os conceitos primitivos: pontos, retas e planos;
- Classificar os sólidos geométricos;
- Identificar os elementos geométricos de Poliedros e Corpos Redondos;
- Calcular o volume de sólidos bem como suas áreas laterais e totais;

- Resolver problemas, justificando logicamente sua resposta com base na teoria desenvolvida.

Conteúdos: Pontos, retas e planos no espaço; Poliedros e Corpos Redondos; Relação de Euler; Área e Volume.

Desenvolvimento

Abertura e Contextualização (10 min):

A aula será iniciada com a indagação do que é a Geometria Espacial e como ela está inserida em nosso cotidiano, dando ênfase para os conceitos que serão definidos posteriormente (ponto, reta, plano etc.). Sendo assim, faremos a seguinte conceitualização sobre a geometria espacial:

- Geometria espacial é a geometria considerando três dimensões.

Com isso, daremos alguns exemplos de onde pode-se encontrar a geometria espacial: arquitetura, engenharia, embalagens de produtos diversos, formas de objetos etc., apresentado aos estudantes os exemplos citados com auxílio dos *slides*.

Conceitos básicos (20 min):

Neste momento, faremos uma introdução aos conceitos fundamentais da geometria espacial, com foco na representação de pontos, retas, planos e suas relações:

- **Ponto:** é o elemento fundamental da geometria, que indica uma posição no espaço, sem dimensão, área ou volume.
- **Reta:** é uma sequência infinita de pontos alinhados, que se estende indefinidamente em duas direções opostas.
- **Plano:** é uma superfície plana infinita que contém infinitos pontos e retas.
- **Retas paralelas:** são retas que nunca se cruzam.
- **Retas concorrentes:** são retas que se cruzam em um único ponto.
- **Retas reversas:** são retas que não estão num mesmo plano e não se cruzam.
- **Planos paralelos:** são planos que não se interceptam.
- **Planos concorrentes:** são planos que se cruzam formando uma reta.
- **Reta contida no plano:** ocorre quando todos os pontos da reta pertencem ao plano.

Poliedros Convexos e Côncavos (25 min):

Para este tópico, introduziremos o conceito de poliedro, explicando que somente as figuras com faces formadas por polígonos são consideradas poliedros:

- Poliedros: são sólidos geométricos limitados por polígonos, que, por sua vez, são partes de um plano limitadas por segmentos de reta que se tocam apenas em seus extremos.

Diferenciaremos também os poliedros convexos e côncavos:

- Poliedro convexo: é aquele em que todos os segmentos de reta que ligam dois pontos quaisquer de sua superfície estão inteiramente contidos no interior do sólido.
- Poliedro côncavo: apresenta reentrâncias e não satisfaz a condição acima, ou seja, parte de um segmento pode ficar fora do poliedro.

Nisso, os discente-professores disponibilizarão sólidos geométricos para que os estudantes possam visualizar as diferenças nos conceitos trabalhados até o momento.

Prismas e Pirâmides (20 min):

Após a classificação dos poliedros em côncavos e convexos, abordaremos os conceitos básicos relacionados a esses sólidos geométricos, dados por: vértices (pontos onde as arestas se encontram); arestas (segmento de reta formado pelo encontro de duas faces); e faces (superfícies planas que delimitam os sólidos). Além disso, trabalharemos as características dos principais sólidos geométricos estudados no ensino básico: os prismas retos e as pirâmides retas, isto é, prismas em que os planos limitados pelos polígonos que formam as faces laterais são perpendiculares aos planos paralelos que formam os polígonos das bases, e aquelas pirâmides cujo vértice que delimita a altura não é perpendicular à reta que o liga ao ponto central do polígono da base.

Para exemplificar os conceitos trabalhados e com intuito de observar as relações estudadas nos encontros anteriores sobre os polígonos regulares e irregulares, disporemos os sólidos de Platão (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro), que consistem, na sua versão regular, em poliedros com todas as faces congruentes.

Retornando aos conceitos de prisma e pirâmide, iremos defini-los da seguinte forma:

- Prismas: sólido geométrico que possui duas bases paralelas formados por um polígono qualquer, e retângulos em suas laterais, cujos lados são delimitados pela conexão dos relativos vértices dos polígonos das bases;

- Pirâmides: sólido geométrico que possui uma base formada por um polígono qualquer, e triângulos isósceles em suas laterais, cujos lados iniciam sobre os vértices do polígono da base e terminam se encontrando em um único vértice que delimita sua altura.

Neste momento, mencionaremos, de forma breve, que existem os poliedros chamados de oblíquos, em que os polígonos que formam as faces laterais não são perpendiculares aos planos que formam as bases no caso dos prismas, e, no caso das pirâmides, o vértice em que delimita sua altura não é perpendicular à reta que o liga ao ponto central do polígono da base. Entretanto, dada a complexidade envolvida no estudo desses poliedros, não será foco da aula.

Dinâmica da Relação de Euler (35 min):

Neste momento, aplicaremos uma atividade que possui o intuito de revelar a Relação de Euler, dada por:

- A soma do número de faces e vértices de polígonos regulares é igual ao número de arestas mais duas unidades: $V + F = A + 2$

Esta atividade será feita com os sólidos geométricos disponibilizados para os estudantes no início da aula e eles poderão constatar, pela soma das quantidades de cada característica relacionada aos poliedros, que a Relação de Euler é válida para qualquer sólido geométrico convexo, não apenas os regulares, isto é, os sólidos de Platão.

Área superficial e Volume de poliedros convexos (30 min):

Na sequência da aula, trabalharemos com os conceitos de área superficial e volume dos poliedros, enfatizando o caso especial do cubo, que possui as relações relacionadas à área superficial e volume facilitadas pelo fato de ser um sólido de Platão com volume determinado apenas pela medida das suas arestas, que são todas iguais.

Os conceitos serão enunciados da seguinte forma:

- **Área superficial:** corresponde à soma das áreas de todos os polígonos que formam as laterais e as bases do poliedro, dependendo das medidas das arestas relativas a cada polígono;
- **Volume:** corresponde a região do espaço que o poliedro ocupa, dependendo do formato dos polígonos que formam sua base e laterais e como essas figuras planas estão dispostas no espaço tridimensional.

Logo, apresentaremos exemplos para fixação dos conceitos, observando que a área superficial de poliedro estudado, seja prisma ou pirâmide, depende da quantidade de lados do(s) polígono(s) que forma(m) sua(s) base(s), e do tamanho da altura dos retângulos que formam suas laterais, sendo necessário, para as pirâmides, aplicar o Teorema de Pitágoras nas relações entre a aresta do polígono que forma a base, a altura e a apótema. Agora, em relação ao volume, daremos ênfase ao fato de que dependem da área da base multiplicada pela altura do prisma, ou multiplicado por um terço da altura da pirâmide.

Dinâmica de montagem de figuras geométricas espaciais (20 min):

Após toda contextualização dos conceitos anteriores proporemos uma atividade, onde os estudantes serão provocados a trabalhar com cortes e dobraduras, visando a construção de poliedros (prismas e pirâmides) para um melhor entendimento quanto à identificação das planificações de cada sólido geométrico estudado até o momento. Disponibilizaremos o material para recorte, dobra e colagem, permitindo que os estudantes relacionem as figuras trabalhadas nos encontros anteriores com os sólidos estudados nesse encontro. Em outras palavras, a dinâmica busca correlacionar os conteúdos e conceitos vistos nos últimos dois encontros, principalmente sobre Polígonos.

Nesse sentido, visamos o aprendizado por repetições, ao ponto que, para alguns estudantes, a primeira tomada já se mostra suficiente para revisar os conteúdos vistos no ensino regular, e outros que possuem a capacidade de assimilação facilitada, mas em sua grande maioria, o processo de aprendizagem necessita ser gradual e processual, em que a repetição dos conceitos trabalhados anteriormente, por mais que brevemente, permitem que o estudante possa nortear-se diante do que se está estudando no momento e quais processos cognitivos ele deverá estar atento para assimilar o conteúdo.

Corpos redondos (20 minutos):

Dando sequência, trabalharemos com os estudantes os corpos redondos, tidos como sólidos geométricos que possuem pelo menos uma superfície arredondada, sendo que daremos enfoque para aqueles estudados no ensino básico: cilindros, cones e esferas. Definidos da seguinte forma:

- **Cilindro:** possui duas bases circulares paralelas e superfície lateral arredondada;
- **Cone:** possui uma base circular e uma superfície arredondada que possui apenas um vértice fora do plano da base;

- **Esfera:** superfície totalmente curva, onde todos os pontos estão a mesma distância do centro., correspondendo à casca de uma bola.

Nisso, como os corpos redondos trazem relações com círculos, faremos as definições pertinentes aos círculos e circunferência que são necessárias para se trabalhar com os conceitos de área superficial e volume dos corpos redondos:

- **Raio (r):** é a distância do ponto do centro até qualquer ponto nas redondezas de uma circunferência, de um círculo ou de uma esfera;
- **Diâmetro (d):** é o dobro do raio, ou seja, a maior distância possível entre dois pontos de uma circunferência, de um círculo ou de uma esfera, passando-se necessariamente pelo ponto do centro.

Para encerrar esse tópico, definiremos as relações da área superficial e dos corpos redondos, que, por já termos passado pela definição de área superficial, durante o estudo dos prismas e das pirâmides, enfatizaremos o cálculo da área de um círculo (figura plana, correspondendo à região no plano delimitado por uma circunferência), utilizado para a equação deduzida da área da base de cilindros e cones, bem como o cálculo do comprimento de uma circunferência (“fronteira” do círculo, isto é, conjunto de pontos equidistantes do ponto central pertencente ao círculo que delimita), utilizado para equação deduzida das áreas laterais de cilindros e cones também. E, para contemplar o grupo de corpos estudados, em seguida será apresentado como encontrar a área superficial das esferas.

Em consonância, definiremos as relações de volume e dos corpos redondos, acenando para a semelhança com as equações trabalhadas para os prismas e pirâmides, com intuito de auxiliá-los na assimilação das formas algébricas que são apresentadas como *fórmulas*.

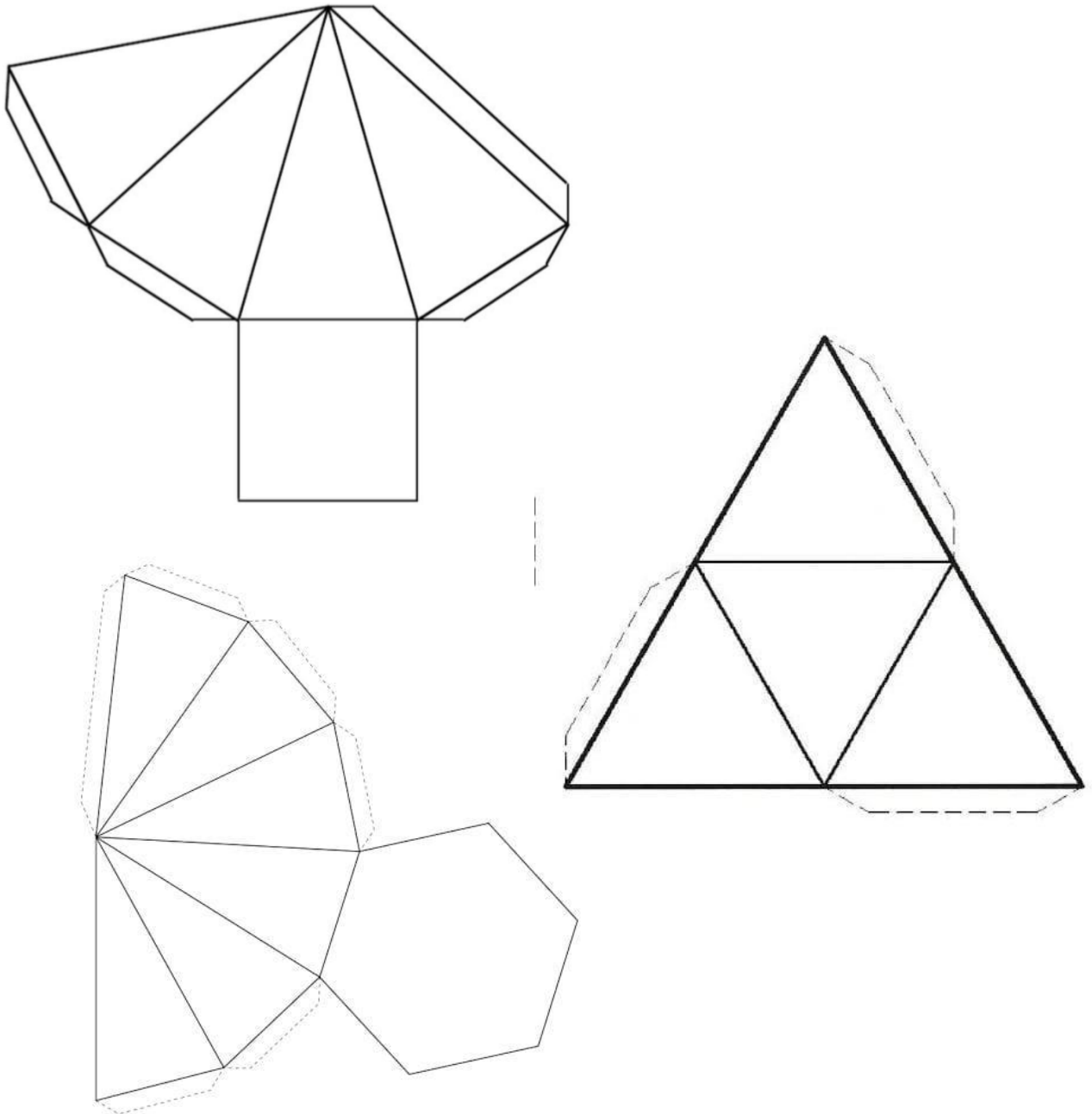
Dinâmica do “jogo da memória de planificações” (20 min):

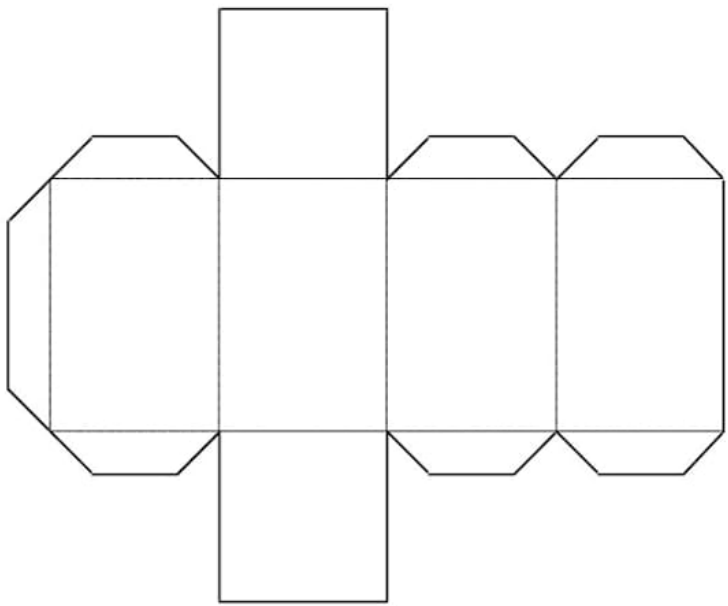
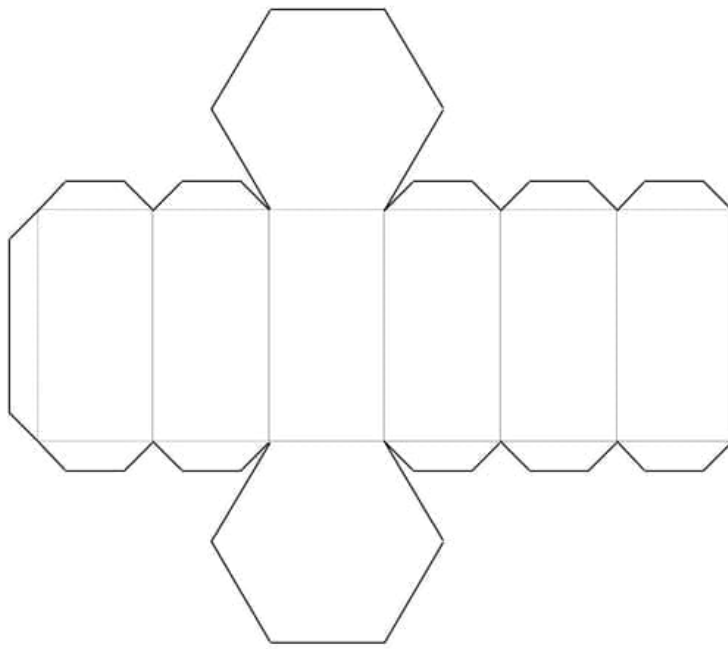
Para encerrar a aula, e evitar sobrecarga de conteúdo, aplicaremos o jogo da memória de planificações, com o intuito de fixar os conteúdos trabalhados durante a aula, e avaliar o quanto os estudantes puderam assimilar em relação aos sólidos geométricos e suas planificações, isto é, a disposição das faces laterais do sólido sobre um plano de modo que seja possível remontá-lo sem separar as arestas que permanecem unidas na planificação, bem como desenvolver a identificação dos sólidos geométricos, suas nomenclaturas e suas planificações.

Material Utilizado:

- Quadro;
- Giz;
- Material Complementar para Impressão;
- Tesoura;
- Cola;
- Régua.

Material Complementar para Impressão:





Lista de Exercícios:

1. Identifique se os sólidos abaixo são poliedros ou corpos redondos:
a) Cubo b) Cilindro c) Cone d) Pirâmide e) Esfera
2. Um poliedro possui 8 vértices e 12 arestas. Quantas faces ele possui?
3. Uma pirâmide de base quadrada tem 5 cm de lado na base e altura de 9 cm. Calcule o volume dessa pirâmide.
4. Um cone tem 6 cm de raio e 10 cm de altura. Calcule o volume desse cone.

12. Sobre a posição relativa entre as retas de um mesmo plano, há 3 possibilidades: retas paralelas, retas concorrentes e retas coincidentes. Analisando essas classificações possíveis, temos que:

- | | |
|-------------------------------|---|
| A – Retas Paralelas | <input type="checkbox"/> São retas que possuem um único ponto em comum. |
| B – Retas Coincidentes | <input type="checkbox"/> São retas que possuem infinitos pontos em comum. |
| C – Retas Concorrentes | <input type="checkbox"/> São retas que não possuem pontos em comum. |

A alternativa que contém a ordem correta das definições é:

- a) A-B-C b) B-C-A c) C-A-B d) C-B-A e) B-A-C

Resolução da lista de Exercícios:

1.

- a) Cubo – poliedro
- b) Cilindro – corpo redondo
- c) Cone – corpo redondo
- d) Pirâmide - poliedro
- e) Esfera – corpo redondo

2. Pela relação de Euler, temos:

$$V + F = A + 2 \Rightarrow 8 + F = 12 + 2 \Rightarrow F = 14 - 8 \Rightarrow F = 6$$

Ou seja, o número de faces desse poliedro é 6.

3. O volume dessa pirâmide, considerando a base quadrada, é dado por:

$$V_{pirâmide_{quadrada}} = A_{b_{quadrada}} \cdot h = l^2 \cdot h = 5^2 \cdot 9 = 25 \cdot 9 = 225 \text{ cm}^3$$

4. O volume desse cone será dado por:

$$V_{cone} = \frac{1}{3} \cdot A_{b_{circular}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 10$$

$$V_{cone} = 120\pi \approx 377 \text{ cm}^3$$

5. O volume desse reservatório em formato cilíndrico é dado por:

$$V_{cilindro} = A_{b_{circular}} \cdot h = \pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 10 = 314 \cdot 4$$

$$V_{cilindro} = 1256 \text{ m}^3$$

6. Apenas a alternativa c) pirâmide, cone e prisma, apresenta sólidos geométricos

7. Cada aresta conecta dois vértices. Portanto, se multiplicarmos o número de vértices pelo grau de cada vértice, tido por 5, já que em cada vértice se encontram 5 arestas, contaremos cada aresta duas vezes (uma para cada vértice que ela conecta).

$$2A = V \cdot \text{grau de cada vértice}$$

$$A = \frac{20 \cdot 5}{2} = 50$$

Nisso, podemos aplicar a relação de Euler para encontrar o número de faces:

$$V + F = A + 2 \Rightarrow 20 + F = 50 + 2 \Rightarrow F = 52 - 20 \Rightarrow F = 32$$

Sendo assim, o poliedro possui 32 faces.

8. Pela relação de Euler, temos:

$$V + F = A + 2 \Rightarrow 2F = 22 + 2 \Rightarrow F = \frac{24}{2} \Rightarrow F = 12$$

Portanto, o poliedro possui 12 faces.

9. Pela relação de Euler, temos:

$$V + F = A + 2 \Rightarrow 12 + 8 = A + 2 \Rightarrow A = 20 - 2 \Rightarrow A = 18$$

Portanto, a alternativa correta é a b).

10. Analisando as afirmativas, temos que I) Verdadeira, pois a esfera é um corpo redondo; II) Falsa, pois o cilindro é um corpo redondo, não um prisma; e III) Falsa, pois os poliedros são formados por polígonos em suas faces, não por superfícies arredondadas como os corpos redondos.

Logo, a alternativa correta é a a).

11. Analisando as colunas, as relações a serem feitas são:

(C – Retas Concorrentes) São retas que possuem um único ponto em comum.

(B – Retas Coincidentes) São retas que possuem infinitos pontos em comum.

(A – Retas Paralelas) São retas que não possuem pontos em comum.

Logo, a alternativa correta é a d).

Referências:

Pompeo, J. N. Dolce, O.. **Fundamentos da Matemática Elementar: Geometria Espacial**. São Paulo. Editora Atual. 2013. pp. 1 e 2; 8; 19; 35;

Júnior, J. R. G. **A Conquista Matemática**. São Paulo. Editora FTD. 2022. pp. 320.

Bianchini, E. **Curso de matemática: volume único**. 2, ed. São Paulo. Moderna. 1998, pp. 420-506.

6º Relatório - Sala A207

Grupo de Estagiários: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

No sexto encontro do Promat, o tema trabalhado pelos discentes-professores com os estudantes foi sobre geometria espacial, sendo que, para auxílio prático visual e tátil, foram levados e distribuídos aos estudantes que se encontravam em grupos, cinco sólidos geométricos distintos, dos quais também continha os sólidos de Platão para que se possa trabalhar com os estudantes.

Os discentes-professores começaram a aula questionando aos estudantes se já ouviram falar no assunto, no que as respostas foram dissidentes, isto é, alguns alunos disseram que sim e outros disseram que não, entretanto, possivelmente os alunos que responderam negativamente são aqueles que já vem apresentando dificuldades nos conteúdos de geometria, desde o quarto encontro. Após as respostas, os foi explicado o que é a geometria espacial e onde ela poderia ser encontrada no dia a dia, fazendo o análogo entre o que é estudado com o cotidiano de cada um, podendo ser encontrada em obras de engenharia e arquitetura, ou em embalagens de produtos e no formato de objetos. Nisso, demos ênfase ao fato de que a geometria espacial é uma geometria com três dimensões, isto é, no espaço.

Logo depois, foram apresentadas as explicações sobre ponto, reta, plano e o espaço, trazendo, de forma breve, as relações que poderiam acontecer em cada um desses elementos, ou seja, trabalhamos os seguintes tópicos: quando um ponto pertence ou não a uma reta; retas paralelas distintas e coincidentes; retas concorrentes; retas perpendiculares; retas reversas; reta paralela a um plano; reta concorrente a um plano; reta contida em um plano; planos paralelos e planos concorrentes ou secantes.

Em seguida foi introduzido aos estudantes quais os sólidos que fazem parte da geometria espacial e que seriam estudados no presente encontro: os poliedros e os corpos redondos.

Também apresentando aos estudantes quais são os elementos que compõem os poliedros: as faces, as arestas e os vértices.

Posteriormente, foram classificados os prismas e pirâmides como poliedros, destacadas suas principais características e formalizado o conceito dos Sólidos de Platão, que os alunos puderam analisar durante a explicação. Em seguida, foi explicado o que difere um prisma de uma pirâmide, sempre mostrando aos alunos os elementos e as diferenças por meio dos sólidos fornecidos no início da aula. Até esse momento, como os estudantes apresentaram uma maior dificuldade em geometria a partir do quarto encontro, os discentes-professores sempre perguntavam a eles se estava tudo bem e se estavam compreendo tudo, pois nossa turma não era muito de fazer perguntas para tirar suas dúvidas.

Para iniciar o estudo sobre a Relação de Euler, os discentes-professores mostraram aos estudantes algumas classificações de prismas e pirâmides e, com isso, pediu-se para que os estudantes contassem o número de faces, de vértices e de arestas para cada um dos sólidos trabalhados, a saber: os sólidos de Platão (tetraedro, hexaedro – cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro); e os prismas e as pirâmides de bases triangular, quadrangular, pentagonal e hexagonal. Os dados obtidos pelos estudantes foram marcados no quadro e a indução da Relação de Euler se deu pela observação da regularidade entre as características trabalhadas.

Na sequência, para introduzir o conteúdo sobre área superficial e volume, demos um enfoque especial para o hexaedro regular (cubo), que, além de ser um sólido de Platão, também possui as relações mencionadas de forma facilitada, pois dependem apenas da medida do seu lado. Em seguida, trabalhou-se os mesmos conceitos para as pirâmides e para os prismas, fazendo a relação necessária com a geometria plana, que compõe a base dos estudos da geometria espacial e que foi estudada nos últimos dois encontros.

Nisso, foi proposto uma atividade para os estudantes que envolve recortar, dobrar e colar planificações de poliedros (prismas e pirâmides) para que os estudantes possam ter maior noção dos conceitos de área superficial. Ou seja, com as planificações é possível observar melhor como encontrar as áreas de cada polígono que formam as delimitações dos sólidos trabalhados e cuja soma caracteriza na área superficial. A atividade ocorreu num tempo esperado de 20 a 30 minutos, em que focamos em verificar o desempenho de cada um. A atividade teve bastante aceitação dos estudantes, de tanto que alguns que encerravam sua parte, pediram outras planificações para repetir a dinâmica.

Com o encerramento da dinâmica, continuamos o conteúdo introduzindo o conceito de corpos redondos, destacando aqueles estudados no ensino básico: os cilindros, os cones e as esferas. Primeiramente abordando os cilindros, fizemos a observação sobre a diferença de um cilindro reto e um cilindro oblíquo, repetindo a estrutura para os cones. E, para encerrar, conceitualizamos o corpo redondo chamado de esfera.

Neste momento, decidimos por realizar os conceitos de área superficial de forma particular para cada sólido, o que possibilitou trabalhar também com os conceitos atrelados à circunferência (raio, comprimento e diâmetro). Consecutivamente, definimos as relações de volume dos corpos redondos, acenando para a semelhança com as equações trabalhadas para os prismas e pirâmides, com intuito de auxiliá-los na assimilação das formas algébricas que são apresentadas como *fórmulas*, isto é, como estruturas em que os valores numéricos são substituídos por algarismos simbólicos, geralmente alfabéticos, cada qual, representando um conjunto de possibilidades para estes valores delimitadas pelo conceito atrelado ao algarismo, por exemplo, na fórmula da área da base de um cone, temos: $A_{base_{cone}} = \pi r^2$, o número π é um algarismo que representa a relação entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro, pertencente ao conjuntos dos números irracionais – aqueles que não podem ser representados em forma de fração única e possuem dízima não periódica infinita -, enquanto r representa a distância entre o ponto central da circunferência a qualquer ponto que se encontre sobre a circunferência.

Em suma, para que o aprendizado dos estudantes seja satisfatório em relação à complexidade do conteúdo, seria necessário dedicar mais de um encontro para essa temática, mas devido os demais conteúdos a serem trabalhados nos encontros posteriores, acreditamos que os conceitos básicos foram abordados. E, com o fim da explicação em relação aos conteúdos, os discente-professores trouxeram mais uma dinâmica para os estudantes: um jogo da memória de geometria espacial, encontrado no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Nesse jogo havia quatro tipos de cartas: uma com uma planificação, outra com o nome do poliedro ou corpo redondo, outra dando as características desse poliedro ou corpo redondo, mas sem dizer o seu nome e outra que mostrava esse sólido geométrico. Os discentes-professores distribuíram um jogo para cada grupo formado ainda no início da aula e focaram na observação enquanto os estudantes realizavam a atividade.

O jogo da memória final trouxe momentos de diversão e interação, estudantes colaboraram entre si, revisaram conceitos e aplicaram os conhecimentos de forma lúdica. Apesar do entusiasmo geral, alguns estudantes ainda apresentaram dificuldades pontuais em associar planificações aos sólidos ou lembrar as características de cada corpo geométrico, sendo necessário reforço rápido pelos discentes-professores.

Antes de liberar os estudantes e encerrar a aula, as discentes-professora, junto dos estudantes, promoveram uma surpresa para discente-professor Daniel, que era aniversariante nesta data, fazendo-lhe uma pequena homenagem e cantando os parabéns pelo seu dia.

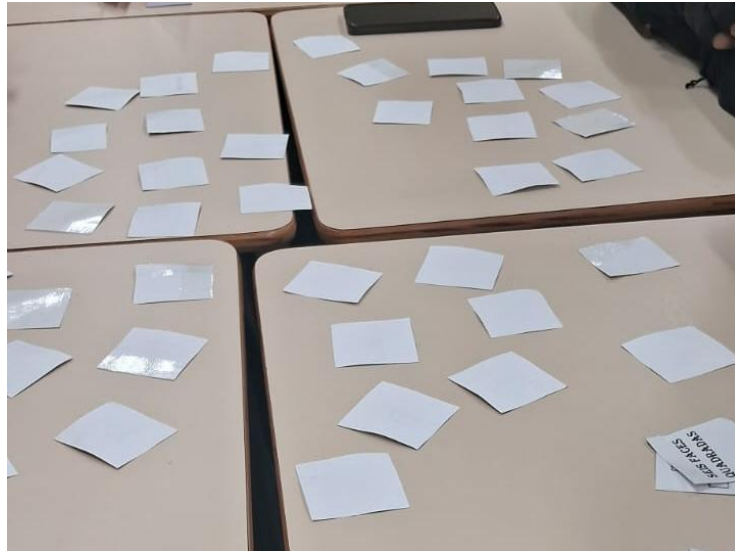
Novamente foi entregue uma lista de questões referentes ao conteúdo trabalhado e uma lista para assinarem seu nome para contestação de sua presença no encontro.

Figura 20 - Montagem de poliedros



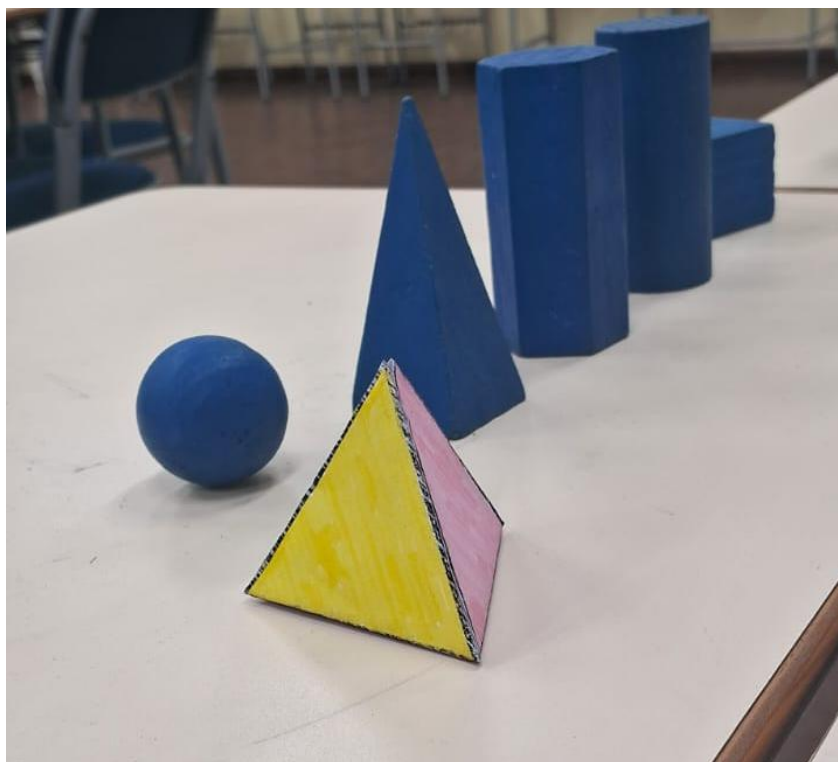
Fonte: Acervo dos autores (2025)

Figura 21 - Jogo da memória de geometria espacial



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Figura 22 - Sólidos geométricos



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Plano de Aula 7º encontro – 21/06/2025

Público-alvo: Estudantes do Ensino Médio e ingressantes do Ensino Superior.

Professores: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

Objetivos Gerais: Introduzir a noção de álgebra a partir do conceito de algarismo e com isso, elaborar, de forma mais específica, os estudos das expressões, tendo como objetivo o trato com as expressões algébricas.

Objetivos Específicos:

- Relembrar os conceitos de Algarismo e Expressões Numéricas, vistas no primeiro encontro, e que servem de base para o estudo de Expressões Algébricas;
- Destacar a ideia de generalização relacionada ao uso de símbolos algébricos no lugar de algarismos;
- Trabalhar com os conceitos de monômios e polinômios;
- Enfatizar as Equações e seus respectivos componentes;
- Introduzir e elucidar os Produtos Notáveis a partir da ideia de fatoração;
- Destacar a diferença entre uma Equação e uma Função.

Conteúdo: Expressões Algébricas

Desenvolvimento

Relembrando conceitos trabalhados (30 min):

Para iniciar a aula, relembremos o conceito de expressões numéricas trabalhado no primeiro encontro do Promat, com o intuito de dar base para o conteúdo que será trabalhado neste encontro, relembrando também, as regras de prioridade de operações para expressões com ou sem sinais agrupadores (parêntese, colchetes e chaves). Neste momento, faremos alguns exercícios para fixar o conteúdo e para dar continuidade na aula.

Em seguida, introduziremos o conceito de álgebra a partir do entendimento dos algarismos, isto é, a álgebra se utiliza de símbolos não numéricos para representar valores desconhecidos, principalmente para elaborar padronizações e generalizações de conceitos matemáticos, físicos, químicos etc. Em outras palavras, destacaremos que a Álgebra busca valores que podem ser pertencentes a um conjunto de números, tidos como gerais e, para isso,

no lugar dos algarismos decimais do sistema hindu-arábico, ela se utiliza de quaisquer símbolos, principalmente os alfabéticos.

Expressões Algébricas (20 min):

Neste momento discutiremos os conceitos de expressões numéricas e álgebra para demonstrar as expressões algébricas, isto é, a partir dos estudos dos encontros anteriores, formalizaremos a ideia de expressão algébrica como uma sucessão de operações em que um ou mais valores são *desconhecidos*, portanto, utiliza-se um símbolo alfabético para substituir o valor numérico, lembrando que esse símbolo pode assumir qualquer representação numérica dentro de um conjunto delimitado de valores.

Em outras palavras, os valores algébricos são tidos como algarismos que representam valores de um conjunto numérico, e para que haja maior entendimento, relembremos o conceito relacionado aos algarismos, dado por:

- Algarismo: cada um dos caracteres com que se representam os números.

Em seguida, apresentaremos a álgebra como um campo matemático que trabalha com as expressões algébricas, não necessariamente apenas com símbolos algébricos, mas também com valores numéricos atrelados às operações das expressões algébricas. Nisso, faremos relação com as *fórmulas* encontradas durante os estudos das figuras planas e sólidos geométricos dos últimos três encontros. Apresentaremos exemplos de expressões algébricas, ligadas à geometria ou não, que permitirão com que haja a definição dos conceitos relacionados a esse conteúdo.

Monômios e Polinômios (20 min):

Com o decorrer da aula, trabalharemos com os conceitos de monômios e polinômios, ou seja, realizaremos a diferenciação entre os conceitos de monômios (expressão algébrica que possui apenas um termo) e polinômio (expressão algébrica que possui dois ou mais termos), caracterizando o termo como a relação das operações de multiplicação entre valores algébricos e seus valores numéricos, enfatizando as nomenclaturas de cada parte de um termo (isto é, o valor algébrico é chamado de parte literal, enquanto valor numérico é chamado de coeficiente ou termo independente).

Para os monômios, destacaremos o conceito de grau: soma dos expoentes de todos os valores algébricos, e monômios semelhantes: aqueles que possuem a mesma parte literal. E, em

relação aos polinômios, destacaremos a caracterização de binômios (formados pelas operações de adição ou subtração entre dois monômios) e trinômios (formados pela operação de adição e/ou subtração entre três monômios). Por fim, conceitualizaremos o grau do polinômio (maior grau dos monômios que o compõe).

Equações (30 min):

Neste momento, introduziremos o conceito de Equações como uma igualdade entre expressões numéricas. Nisso, trabalharemos as características das equações e, para auxílio tecnológico, utilizaremos o *software* “Explorados da Igualdade”, disponibilizado gratuitamente pela plataforma Phet Colorado no link: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/equality-explorer.

Com o uso deste *software*, busca-se explorar a ideia de igualdade e trabalhar as manobras algébricas utilizadas nos cálculos matemáticos, desmistificando o equívoco epistemológico relacionado à ideia de “cortar” ou “passar para lá (cá)”.

Fatoração e AlgePlan (1 h):

Após o período do intervalo, retornaremos trabalhando o conceito de fatoração atrelado à propriedade associativa da multiplicação. Faremos uso do jogo/conjunto de peças AlgePlan, recurso pedagógico que utiliza peças em formatos distintos para observação visual de áreas de retângulos, possibilitando a interação do estudante com a noção geométrica do conceito de álgebra.

Realizaremos atividades que busquem demonstrar a noção de fatoração e da propriedade associativa da multiplicação com o objetivo de introduzir e demonstrar os Produtos Notáveis, a saber, a diferença de quadrados - $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ -, o quadrado de uma soma de dois termos - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ - e o quadrado de uma diferença de dois termos - $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Equações e Funções (40 min):

Por fim, faremos, de forma introdutória para os conteúdos dos sétimo e oitavo encontros, a diferenciação entre Equações e Funções, destacando que, para as equações, os valores algébricos são chamados de incógnitas, enquanto para as funções, eles são chamados de variáveis. Para encerrar o encontro, trabalharemos os exercícios da lista de exercícios.

Materiais Utilizados:

- Quadro e Giz;
- Slides;
- Projetor e tela de projeção;
- AlgePlan

Lista de Exercícios:

01) Resolva as Expressões Numéricas a seguir:

a) $12 \div 3 + 14 - 5 \cdot 4 + 13$

b) $12 \div [3 + (14 - 5)] \cdot 4 + 13$

c) $144 \cdot [12 \cdot (2 + 10) - 1]$

d) $144 \cdot 12 \cdot 2 + 10 - 1$

02) (ENEM – 2024) Uma doceira vende e entrega, em seu bairro, porções de 100 g de docinhos de aniversário. Atualmente, a taxa única de entrega é R\$ 10,00, e o valor cobrado por uma porção é R\$ 25,00. Por uma estratégia de vendas, a partir da próxima semana, a taxa única de entrega será R\$ 15,00, e um novo valor será cobrado por uma porção, de maneira que o valor total a ser pago por um cliente na compra de 5 porções permaneça o mesmo. A partir da próxima semana, qual será o novo valor cobrado, em real, por uma porção?

- a) R\$ 12,50 b) R\$ 20,00 c) R\$ 24,00 d) R\$ 30,00 e) R\$ 37,50

03) (ENEM – 2024) Um fazendeiro pretende construir um galinheiro ocupando uma região plana de formato retangular, com lados de comprimentos L metro e C metro. Os lados serão cercados por telas de tipos diferentes. Nos lados de comprimento L metro, será utilizada uma tela cujo metro linear custa R\$ 20,00, enquanto, nos outros dois lados, uma que custa R\$ 15,00. O fazendeiro quer gastar, no máximo, R\$ 6000,00 na compra de toda a tela necessária para o galinheiro, e deseja que o galinheiro tenha a maior área possível. Qual será a medida, em metro, do maior lado do galinheiro?

- a) 85 b) 100 c) 175 d) 200 e) 350

04) Resolva as seguintes equações:

a) $x^2 - 4 = 0$

b) $2a + \frac{a}{2} = 5$

c) $x^2 + 6x + 9 = 0$

d) $25 - m^2 = 0$

e) $-d + 7 = 20$

05) O valor numérico da expressão $ax + a^2 - a^2x + ax^2 - 2x^3 + 3a^3$, para $a = 2$ e $x = 1$, é:

- a) 12 b) 19 c) 20 d) 23 e) 26

06) Simplifique as expressões algébricas a seguir:

a) $8(3 - 5x) - 4(3x - 6)$

b) $z(a + 14b - 2) + 4(za - 10zb + 2z)$

c) $5a + 10(a^2 - a) - 2a^2$

d) $(x - 3)^2$

e) $(x + 4)(x - 4)(x + 5)$

07) Um quadrado possui a medida dos seus lados iguais a $(x + 3)$. Sabendo que a área de um quadrado é igual ao quadrado do seu lado, então a área do quadrado em questão é igual a:

- a) $x^2 + 3$ b) $x^3 + 9$ c) $x^2 + 6x$ d) $x^2 + 6x + 9$ e) $x^2 - 6x + 3$

08) Dadas as expressões algébricas $Ax^2 - By^2 + x + 2y + 6$ e $5x^2 + 4y^2 + Cx + D + 1$, marque a alternativa que contém o valor de $A + B + C + D$, sabendo que eles são polinômios semelhantes.

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

09) Dada as expressões algébricas a seguir, identifique aquelas que são produtos notáveis e o caso de produtos notáveis que pertencem.

a) $a^2 + 13ab + b^2$

b) $50x - 6$

c) $s^2 + 2s + 1$

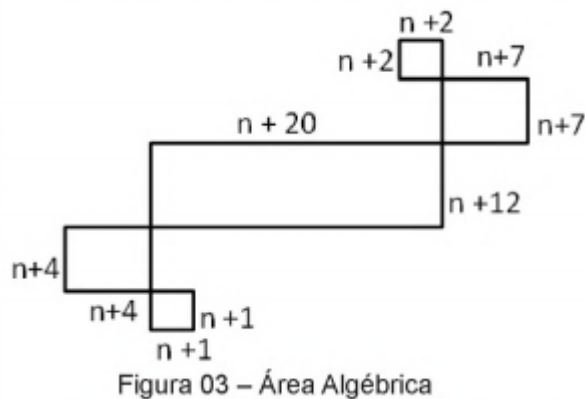
d) $25 - d^2$

e) $k^2 - k + 0,25$

10) Dado um hexágono regular com lado medindo $x - 4$, qual a expressão algébrica que representa seu perímetro?

11) Um trapézio possui altura igual a h , base menor igual a $\frac{h}{2} + 5$ e base maior igual a $3h - 8$. Qual a expressão algébrica que representa sua área?

12) (IBFC) As expressões algébricas que contêm números e letras são utilizadas para representar situações no cotidiano. Para tornar mais simples o cálculo de áreas, verificamos os monômios, polinômios e termos semelhantes. Veja a Figura 03 - Área Algébrica:



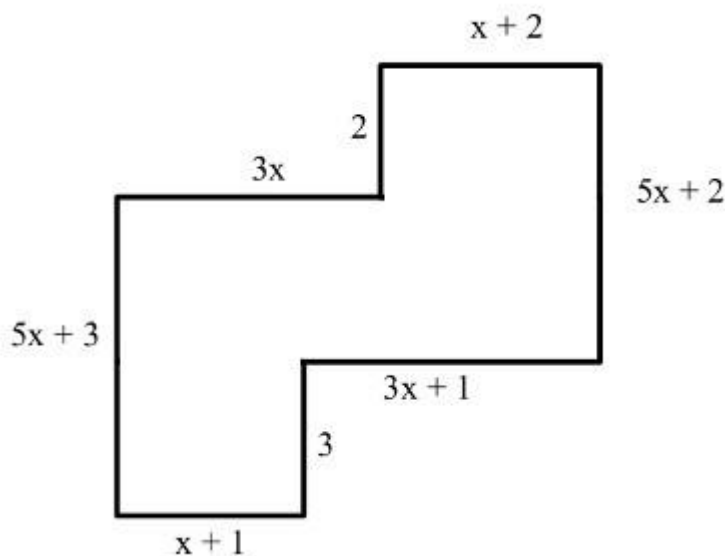
Qual expressão algébrica representa o perímetro total da Figura 03 - Área Algébrica? Assinale a alternativa correta.

- A) $20n + 120$
- B) $10n + 60$
- C) $15n + 6$
- D) $5n + 7$

13) A respeito das diferenças básicas entre funções e equações, assinale a alternativa correta.

- a) Funções e equações são sempre iguais em todos os seus detalhes.
- b) Funções relacionam os elementos de um conjunto a todos os elementos de outro conjunto; equações relacionam apenas expressões algébricas.
- c) Funções relacionam cada elemento de um conjunto a um único elemento de outro conjunto. Equações relacionam expressões algébricas.
- d) A única diferença existente entre funções e equações está no modo como elas são escritas, ou seja, em suas notações.
- e) A única diferença é que as equações possuem apenas uma variável e as funções, duas.

14) Observe a figura a seguir e determine a expressão que corresponde à sua área:



15) Resolva a expressão $[3 \cdot (x^2y)(x^2y)] \div (x^2y^2)$ e assinale a alternativa que apresenta a solução correta:

- a) $3x$
- b) $3x^3$
- c) x^2
- d) $3x^2$

Resolução da Lista de Exercícios:

01)

a) $12 \div 3 + 14 - 5 \cdot 4 + 13 = 4 + 14 - 20 + 13 = 11$

b) $12 \div [3 + (14 - 5)] \cdot 4 + 13 = 12 \div (3 + 9) \cdot 4 + 13 = 12 \div 12 \cdot 4 + 13 = 1 \cdot 4 + 13 = 4 + 13 = 17$

c) $144 \cdot [12 \cdot (2 + 10) - 1] = 144 \cdot (12 \cdot 12 - 1) = 144 \cdot (144 - 1) = 144 \cdot 143 = 20592$

d) $144 \cdot 12 \cdot 2 + 10 - 1 = 1728 \cdot 2 + 9 = 3456 + 9 = 3465$

02)

$$10 + 25 \cdot 5 = 10 + 125 = 135$$

$$15 + 5x = 135 \rightarrow 5x = 120 \rightarrow x = 24$$

03) Calculando o perímetro, temos:

$$20 \cdot 2L + 15 \cdot 2C = 6000 \rightarrow 40L + 30C = 6000 \rightarrow 4L + 3C = 600$$

Nisso: $4L = 600 - 3C \rightarrow L = \frac{600-3C}{4}$

Calculando a área, temos:

$$L \cdot C = \frac{600 - 3C}{4} \cdot C = 150C - \frac{3}{4}C^2$$

Como encontramos uma equação do segundo grau, precisamos observar que ela possui um ponto máximo no vértice, ou seja:

$$C_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{150}{2\left(-\frac{3}{4}\right)} = -\frac{150}{-\frac{3}{2}} = 150 \cdot \frac{2}{3} = 100$$

Logo, $C = 100$, e

$$L = \frac{600 - 3C}{4} = \frac{600 - 3 \cdot 100}{4} = \frac{600 - 300}{4} = \frac{300}{4} = 75$$

Logo, o maior lado é o C, medindo 100 metros.

04)

a) $x^2 - 4 = 0 \rightarrow (x + 2)(x - 2) = 0 \rightarrow x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$ ou $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

b) $2a + \frac{a}{2} = 5 \rightarrow \frac{4}{2}a + \frac{a}{2} = 5 \rightarrow \frac{5}{2}a = 5 \rightarrow a = 2$

c) $x^2 + 6x + 9 = 0 \rightarrow (x + 3)^2 = 0 \rightarrow x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$

d) $25 - m^2 = 0 \rightarrow (5 + m)(5 - m) = 0 \rightarrow 5 + m = 0 \rightarrow m = -5$ ou $5 - m = 0 \rightarrow m = 5$

e) $-d + 7 = 20 \rightarrow -d = 13 \rightarrow d = 13$

05)

$$ax + a^2 - a^2x + ax^2 - 2x^3 + 3a^3$$

$$a = 2$$

$$x = 1$$

$$2 \cdot 1 + (2)^2 - (2)^2 \cdot 1 + 2 \cdot (1)^2 - 2 \cdot (1)^3 + 3 \cdot (2)^3$$

$$2 + 4 - 4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 3 \cdot 8$$

$$2 + 4 - 4 + 2 - 2 + 24$$

$$26$$

06)

a) $8(3 - 5x) - 4(3x - 6) \rightarrow 24 - 40x - 12x + 24 \rightarrow 48 - 52x$

b) $z(a + 14b - 2) + 4(za - 10zb + 2z) \rightarrow za + 14zb - 2z + 4za - 40zb + 8z \rightarrow 5za - 26zb + 12z$

c) $5a + 10(a^2 - a) - 2a^2 \rightarrow 5a + 10a^2 - 10a - 2a^2 \rightarrow 8a^2 - 5a$

d) $(x - 3)^2 \rightarrow (x - 3)(x - 3) \rightarrow x^2 - 6x + 9$

e) $(x + 4)(x - 4)(x + 5) \rightarrow (x^2 - 16)(x + 5) \rightarrow x^3 + 5x^2 - 16x + 80$

07)

$$(x + 3)^2 \Rightarrow x^2 + 6x + 9$$

08)

$$Ax^2 - By^2 + x + 2y + 6 = 5x^2 + 4y^2 + Cx + D + 1$$

$$A = 5$$

$$B = -4$$

$$C = 1$$

$$D + 1 = 6 \Rightarrow D = 5$$

$$A + B + C + D = 5 - 4 + 1 + 5 = 7$$

09)

a) $a^2 + 13ab + b^2 \rightarrow$ não é produto notável

b) $50x - 6 \rightarrow$ não é produto notável

c) $s^2 + 2s + 1 \rightarrow$ é produto notável do tipo $(s + 1)^2$

d) $25 - d^2 \rightarrow$ é produto notável do tipo $(5 + d)(5 - d)$

e) $k^2 - k + 0,25 \rightarrow$ é produto notável do tipo $(k - 0,5)^2$

10) Como o hexágono possui seis lados, temos que seu perímetro é dado por:

$$6 \cdot (x - 4) = 6x - 24$$

11) A equação para a área de um trapézio é dada por:

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Logo:

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{\left(3h - 8 + \frac{h}{2} + 5\right) \cdot h}{2} = \frac{\left(\frac{6}{2}h + \frac{h}{2} - 3\right) \cdot h}{2} = \frac{\left(\frac{7}{2}h - 3\right) \cdot h}{2}$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{\frac{7}{2}h^2 - 3h}{2} = \frac{7}{4}h^2 - \frac{3}{2}h$$

12)

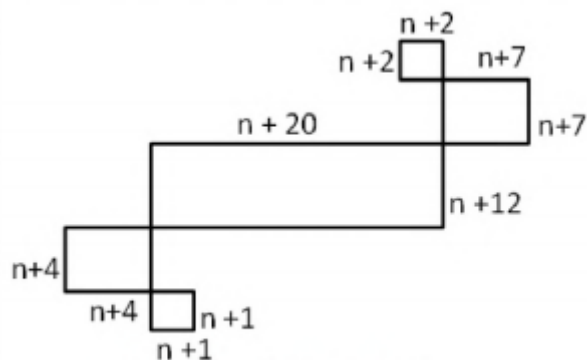


Figura 03 – Área Algébrica

O perímetro total será dado por:

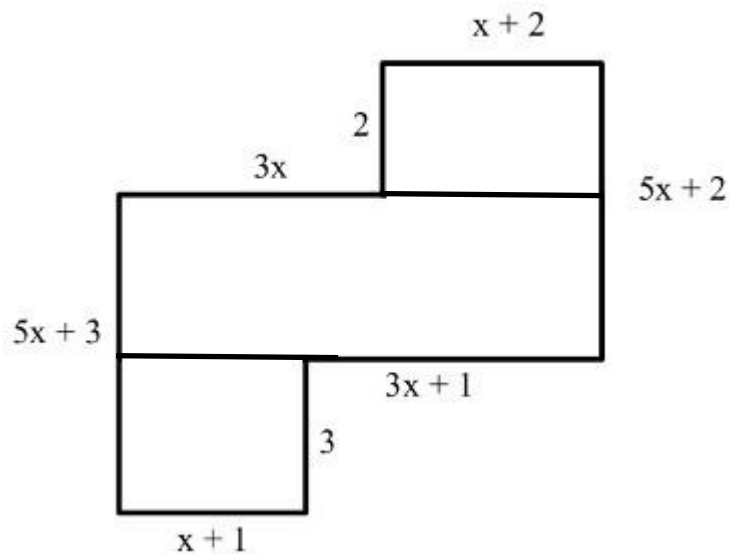
$$4 \cdot (n + 2) + 4 \cdot (n + 7) + 2 \cdot (n + 20) + 2 \cdot (n + 12) + 4 \cdot (n + 4) + 4 \cdot (n + 1)$$

$$4n + 8 + 4n + 28 + 2n + 40 + 2n + 24 + 4n + 16 + 4n + 4$$

$$P_{total} = 20n + 120$$

13) alternativa c)

14)



A área da figura pode calculada dividindo-a em três retângulos como mostrado acima.

Logo:

$$A = 2 \cdot (x + 2) + 5x \cdot (4x + 2) + 3 \cdot (x + 1) = 2x + 4 + 20x^2 + 10x + 3x + 3$$

$$A = 20x^2 + 15x + 7$$

15)

$$[3 \cdot (x^2y)(x^2y)] \div (x^2y^2) = (3 \cdot x^4y^2) \div (x^2y^2) = 3x^2$$

Referências:

Giovanni, José Ruy. Júnior Giovanni, José Ruy. **Matemática Pensar e Descobrir 7ª série**. São Paulo. Editora FTD S. A. 2005, p. 137

Júnior Giovanni, José Ruy. Castrucci, Benedicto. **A Conquista da Matemática 7ª série**. São Paulo. Editora FTD. 2018, p. 135

Brito, Eugênio Oscar de. **Dicionário de Matemática**. Porto Alegre. Editora Globo. 1969, p. 117-118

7º Relatório - Sala A207

Grupo de Estagiários: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

Nesse encontro, o conteúdo trabalhado com os estudantes foi sobre expressões algébricas. Para adentrar no assunto, primeiramente relembramos com os estudantes o que são as expressões numéricas, explicando e relembrando as ordens de prioridade para resolver uma expressão corretamente: em questão das operações e os sinais agrupadores. Também foi relembrado o que são os Algarismos. Sempre pedindo a participação ativa dos estudantes e fazendo questionamentos que visassem a avaliação sobre o aprendizado do conteúdo.

Logo após, introduzimos o conteúdo de álgebra, de forma breve, enfatizando a nomenclatura dos símbolos algébricos dada por *parte literal* ou *variável*. Além disso, fizemos um análogo com as *fórmulas* trabalhadas durante o estudo de geometria plana e espacial, para assim, entrar em expressões algébricas. Nisso, explicamos sobre as expressões algébricas e adentramos nos monômios e polinômios, trazendo a definição de termo e grau tanto de monômio quanto de polinômio, explicando também sobre o conceito de monômios semelhantes, e trabalhando com alguns exemplos. Durante a explicação, foi perceptível que nem todos os estudantes estavam compreendendo bem esse conceito, principalmente falando sobre os graus de polinômios e monômios; a partir disso, os discentes-professores realizavam exemplos no quadro, com o intuito de fazer com que os alunos compreendessem melhor.

Em seguida, após finalizarmos as questões sobre as expressões algébricas e buscado elucidar as dúvidas que os estudantes trouxeram sobre o conteúdo, avançamos para trabalhar com as equações, explicando que são igualdades entre expressões algébricas. Para trazer algo mais dinâmico, trabalhamos com um *software* chamado “Explorador da Igualdade”, disponibilizado pela plataforma Phet Colorado no link: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/equality-explorer, ao qual os estudantes poderiam acompanhar as resoluções com auxílio da projeção do *software*, ou com os próprios aparelhos eletrônicos, se fosse de sua escola, em que poderiam também realizar algumas atividades disponíveis no *software*.

Com auxílio do *software*, fizemos vários exemplos trabalhando com o conceito de igualdade atrelado às equações. Aqui, enfatizamos o fato de que, em todos os encontros anteriores, quando íamos operar alguma equação para descobrir alguma determinada incógnita, ao invés de falarmos “passa para o outro lado [fazendo a operação inversa]”, por exemplo,

explicávamos que, na realidade, estamos realizando a *operação inversa* em ambos os membros da igualdade para manter a equação equilibrada, porém nem todos os estudantes expressavam entendimento sobre esse processo. Quando adentramos no conteúdo utilizando o *software*, foi perfeito para retomar essa explicação, pois para conseguirmos operar dentro do *software*, quando fazemos a operação inversa de algum termo em um dos lados da igualdade, o próprio *software* mostra em sua tela a operação em ambos os lados.

O uso do *software* permitiu definirmos, de forma breve, o conceito de inequações, já que ele se utiliza da metodologia que atrela a equação à pesagem em balança de dois pratos, que, entre outras coisas, permite observar pesos iguais, que representam as equações, e diferentes, que representam as inequações.

Iniciamos o uso do *software* com os estudantes, mostrando as funcionalidades dele, para que eles se familiarizassem com o *software* e para que pudessem acompanhar os desenvolvimentos das atividades sem maiores dificuldades. Conforme percebíamos mais a participação dos estudantes, íamos avançando nos níveis de dificuldade das atividades, para abarcar o máximo de possibilidades dentro das equações e deixar o mais claro possível o que queríamos ensinar a eles.

Dando sequência, após o intervalo, passamos a estudar a fatoração das expressões algébricas. Em outras palavras, passamos o conceito básico de como identificar os termos comuns e pô-los em evidência, e, para trabalhar os produtos notáveis (ferramentas matemático-algébrico que possui grande importância para o estudo de expressões, equações e funções), distribuimos o jogo/conjunto de peças chamado de Algeplan, composto de seis tipos de peças, três retângulos com medidas distintas e três quadrados com medidas distintas. Inicialmente solicitamos que os estudantes conhecessem o material, manipulando-o e fazendo construções de quadrados, com a intenção de produzir deduções intuitivas sobre as relações das medidas dos lados de cada uma das peças.

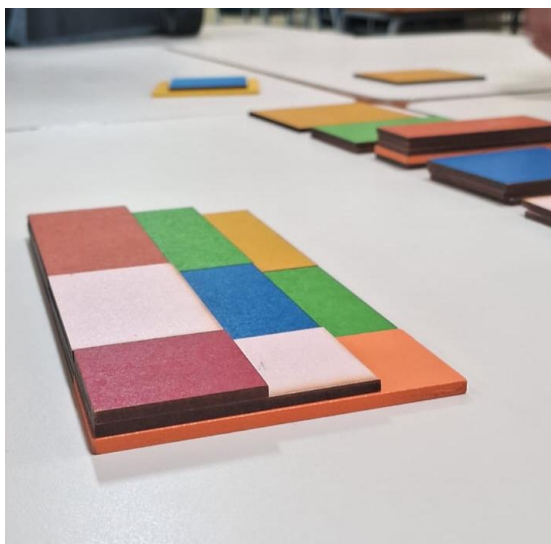
Em seguida, após um tempo de exploração, explicamos no quadro, desenhando cada uma das peças e mostrando as relações existentes entre as medidas dos lados das peças do jogo, sempre estimulando a participação dos estudantes.

Em sequência, focando no conteúdo de produtos notáveis, pedimos que os estudantes tentassem representar geometricamente com o Algeplan os três produtos a seguir: $(a - b)(a + b)$, $(a + b)^2$ e $(a - b)^2$. Enquanto realizavam a atividade, os discentes-professores circulavam

sobre as mesas auxiliando caso necessário, o que permitiu observar as principais dificuldades encontradas pelos estudantes sobre o conteúdo trabalhado e eventuais lacunas nos conhecimentos necessários para se chegar ao resultado esperado. Por fim, para elucidar as fatorações, fizemos as resoluções no quadro com as ênfases necessárias nos pontos observados durante a observação da atividade.

Para encerrar o encontro, fizemos um apanhado geral, de forma breve, sobre as expressões algébricas, as equações e as funções, conteúdos do encontro atual e dos próximos encontros do Promat, respectivamente. Foi entregue a lista de exercícios para cada estudante presente referente ao conteúdo trabalhado e uma lista para que assinassem seu nome com o intuito de situar sua presença.

Figura 23 - Manipulação do Algeplan



Fonte: Acervo dos autores

Plano de aula 8º Encontro – 28 de junho de 2025

Público-alvo: Estudantes do Ensino Médio e ingressantes do Ensino Superior.

Professores: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

Objetivo geral: Introduzir de forma clara e progressiva o conceito de equação do 1º grau com uma e mais incógnitas, destacando suas diferenças em relação às expressões algébricas e

desenvolvendo as habilidades dos alunos em reconhecer, montar, resolver e verificar equações em contextos reais e matemáticos, também trabalhando com sistemas de equações.

Objetivos Específicos:

- Distinguir expressão algébrica de equação;
- Compreender a estrutura de uma equação do 1º grau;
- Resolver equações do tipo $ax + b = 0$ utilizando operações inversas e propriedades da igualdade;
- Aplicar a equação do 1º grau na resolução de problemas contextualizados;
- Resolver sistemas de equações trabalhando com mais de uma incógnita.

Conteúdo: Distinção entre expressão algébrica e equação; equação do 1º grau com uma ou mais incógnitas; resolução algébrica; princípio da igualdade; resolução de equações com parênteses e frações; resolução de sistemas de equações; aplicação em situações-problema.

Desenvolvimento

Expressão e Equação (20 min):

A aula terá início com uma retomada breve do conteúdo anterior sobre expressões algébricas e o que foi visto sobre equação, definida pela igualdade entre duas expressões algébricas, com uma ou várias incógnitas.

Em seguida, faremos uma comparação entre expressões e equações, destacando que a principal diferença é que a equação possui um sinal de igualdade (=) e propõe uma condição a ser satisfeita, enquanto a expressão não possui igualdade. Exemplos simples serão projetados e discutidos com os estudantes, solicitando que eles identifiquem quais são expressões e quais são equações, utilizando *slides* como apoio visual.

Exemplos: **Expressão:** $3x + 5$; **Equação:** $3x + 5 = 17$

Com enfoque às equações, revisaremos seus principais componentes, que também fazem parte das expressões, dados por: membros (lados da igualdade); termos (associação entre valor numérico e valor algébrico); coeficiente (valor numérico que multiplica os valores algébricos em cada monômio); termo independente (valor numérico não atrelado a nenhum valor algébrico); parte literal (valor(es) algébrico(s) das expressões); incógnita (valor(es) algébrico(s) das equações); grau (maior soma dos expoentes das partes literais de cada termo).

Entendendo a função do 1º Grau (45 min):

Após a distinção de expressão e equação e revisão dos componentes atrelados a cada conceito, faremos a apresentação das equações do primeiro grau, isto é, equações cujo maior grau dos termos que a compõem sendo igual a um.

Depois dessa breve distinção, daremos enfoque às equações do primeiro grau com uma incógnita, no formato $ax + b = 0$. Para isso, utilizaremos a ideia atrelada à balança de dois pratos, trabalhada no encontro anterior, em que a igualdade define um equilíbrio dos pratos, e a desigualdade define um desequilíbrio dos pratos. Ou seja, para que a igualdade se mantenha, tudo o que ocorrer em um membro da equação, deve ocorrer também no outro membro.

Essa ideia será trabalhada também de forma contextualizada, para que os estudantes possam fazer as relações necessárias entre o uso das equações no dia a dia e na sala de aula. Para, em seguida, aplicar exercícios de fixação dos conceitos trabalhados.

Durante essa parte da aula trabalharemos:

- **Equações simples com uma etapa:** Resolver com uma única operação (exemplo: $x + 4 = 9$)
- **Equações com duas etapas:** Envolve mais de uma operação (exemplo: $3x + 2 = 11$)
- **Equações com parênteses (distributiva):** Aplicar a propriedade distributiva (exemplos: $2(x + 3) = 14$)
- **Equações com frações:** Operações com denominadores (iguais ou diferentes)
- **Equações com incógnita nos dois membros:** A incógnita aparece dos dois lados da igualdade (exemplos: $2x + 3 = x + 5$)

Aplicação em problemas reais (40 min):

Apresentaremos situações-problema contextualizadas, em que os alunos deverão interpretar para deduzir as equações e resolvê-las corretamente. Essas situações buscam correlacionar os contextos em que os conhecimentos relacionados às equações são utilizados no dia a dia, como: orçamento financeiro; descontos e promoções; preços em corridas de aplicativo; velocidade e deslocamento.

Nisso, as situações-problemas serão resolvidas com auxílio do quadro em colaboração dos discentes-professores com os estudantes, buscando avaliar a assimilação dos conteúdos trabalhados.

Dinâmica Bingo das Equações (1 hora):

Com o intuito de trazer a ludicidade e a praticidade para o ensino de equações do primeiro grau, proporemos a atividade que consiste numa adaptação do jogo bingo referente ao conteúdo estudado. Realizaremos três rodadas seguindo as regras dadas:

- Cada estudante receberá uma cartela de bingo aleatória;
- Cada cartela possui oito valores da incógnita (x) para diferentes equações do primeiro grau, ou seja, os estudantes deverão solucionar uma equação sorteada pelos professores para chegarem à resposta final e, conseqüentemente, marcarem o valor da incógnita encontrada caso possuam em sua cartela;
- O primeiro participante que completar sua cartela deverá gritar “Bingo!”, para assim ser verificado suas marcações pelos professores;
- Quando um estudante marcar todos os valores de sua proposta, os discentes-professores verificarão os resultados e, se estiverem condizentes, declararão o estudante como ganhador;
- Caso o estudante marcar um valor erroneamente, este será excluído do jogo para aquela rodada, e esta terá continuidade;
- O ganhador do bingo será presenteado com um prêmio organizado pelos professores.

Verificação da solução para Equações em Sistemas Lineares (35 min)

Em sequência, trabalharemos com as equações do primeiro grau com duas incógnitas, reforçando a importância de verificar se a solução encontrada satisfaz a equação para, em seguida, trabalhar com sistemas lineares, definidos por:

- Sistema linear de equações: é um conjunto de duas ou mais equações que envolvem as mesmas incógnitas. O objetivo é encontrar os valores dessas incógnitas que satisfazem todas as equações do sistema simultaneamente.

Nisso, daremos foco para os sistemas lineares com duas incógnitas e, conseqüentemente, duas equações dependentes entre elas, encerrando a aula trabalhando seus diferentes métodos de resoluções:

- **Método da Substituição:** consiste em isolar uma incógnita em uma das equações do sistema e substituí-la na outra equação, transformando o sistema em uma equação com uma incógnita.

- **Método da Adição:** consiste em somar ou subtrair as equações do sistema de forma que uma das incógnitas seja eliminada, permitindo resolver a equação resultante com apenas uma incógnita.
- **Método da Comparação:** consiste em isolar a mesma incógnita em ambas as equações do sistema e, em seguida, igualar as expressões, formando uma nova equação com uma incógnita.
- **Método Gráfico:** consiste em representar graficamente as equações do sistema no plano cartesiano e identificar o ponto de interseção das retas, que corresponde à solução do sistema (quando existir).

Materiais Utilizados:

- Quadro e giz
- Slides
- Tela de projeção
- Cartela de bingo
- Feijões para marcação

Lista de Exercícios:

1. Classifique como expressão algébrica ou equação:

a) $4x + 2$ b) $4x + 2 = 10$ c) $x^2 - 5x + 6$ d) $x - 3 = 12$

2. Resolva as equações abaixo:

a) $x + 4 = 10$ b) $3x - 2 = 10$ c) $2(x - 3) = 4$ d) $\frac{x}{5} + 3 = 7$

e) $4x + 1 = 2x + 9$

3 – Resolva os problemas abaixo:

a) Um número somado com 8 resulta em 20. Qual é esse número?

b) A idade de uma mãe é o triplo da idade do filho. Daqui a 10 anos, a soma das idades será 100 anos. Qual é a idade atual do filho?

4 – Em um evento, os ingressos foram vendidos a R\$ 20,00 para os adultos e R\$ 10,00 para as crianças. Foram vendidas 200 entradas, totalizando R\$ 3.000,00. Quantos ingressos foram vendidos para adultos?

5 – Resolva:

a) $2x + 5 = 11$ b) $3x - 7 = 2x + 6$ c) $5(x - 2) = 3(x + 4)$

6 – Um número somado ao dobro de outro resulta em 25. Se subtrairmos 3 do primeiro número e somarmos 5 ao segundo, a soma dos dois resulta em 27. Quais são os números?

7 – Paulo ganha o dobro do que Ana ganha. Se somarmos os salários dos dois, temos R\$ 4.500,00, quanto cada um ganha?

8 – O comprimento de um terreno retangular é o triplo da sua largura. Se o perímetro do terreno é de 64m, quais são as dimensões do terreno?

9 – Resolva as equações a seguir:

a) $2x - 1 = x + 5$

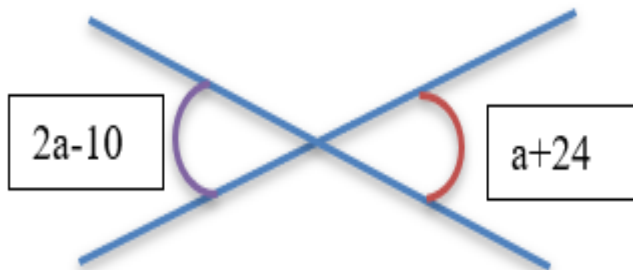
b) $\frac{2x}{4} - \frac{5}{3} = x - \frac{7}{2}$

c) $2x + 9 = 4x - 21$

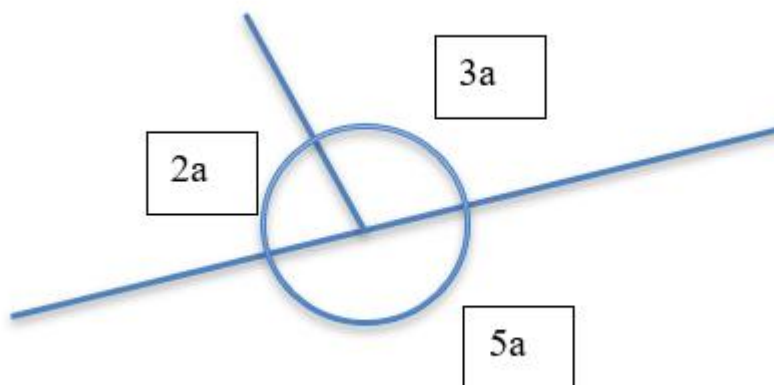
10 – Em um estacionamento, cobram-se R\$ 9,00 pela primeira hora e R\$ 2,50 a cada hora excedente. Se um cliente pagou R\$ 24,00, quanto tempo o carro dele permaneceu no estacionamento?

11 – Qual o valor de a em cada figura? Os ângulos estão em graus:

a)



b)



12 – Resolva as equações a seguir: $5y + 2 = 8y$ e $4x - 2 = 3x + 4$

Após a resolução de ambas determine:

- a) Qual o valor de Y?
 b) Qual o valor de X?
 c) Qual o produto de Y por X?

Resolução da Lista de Exercícios:

1.
 a) Expressão b) Equação c) Expressão d) Equação

2.

- a) $x = 6$ b) $x = 4$ c) $x = 5$ d) $x = 20$ e) $x = 4$

3.

a) $x + 8 = 20 \Rightarrow x = 12$

b) $\begin{cases} x = 3y \\ x + 10 + (y + 10) = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3y = 0 \\ x + y = 80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3y = 0 \\ 3x + 3y = 240 \end{cases} \Rightarrow 4x = 240 \Rightarrow x = 60$

Portanto: $x = 60$ e $y = 20$.

4.

$$\begin{cases} 20x + 10y = 3000 \\ x + y = 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20x + 10y = 3000 \\ -10x - 10y = -2000 \end{cases} \Rightarrow 10x = 1000 \Rightarrow x = 100$$

Portanto: $x = 100$ e $y = 100$

Sendo assim, foram vendidos 100 ingressos para adultos.

5. a) $x = 3$ b) $x = 13$ c) $x = 3$

6. $\begin{cases} x + 2y = 25 \\ x - 3 + y + 5 = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 25 \\ x + y = 25 \end{cases} \Rightarrow x = 25 \text{ e } y = 0$

7. $\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 4500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + 2y = 9000 \end{cases} \Rightarrow 3x = 9000 \Rightarrow x = 3000$

Portanto, Paulo ganha R\$ 3.000,00 e Ana ganha R\$ 1.500,00.

8. $\begin{cases} c = 3l \\ 2c + 2l = 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c - 3l = 0 \\ -c - l = -32 \end{cases} \Rightarrow -4l = -32 \Rightarrow l = 8$

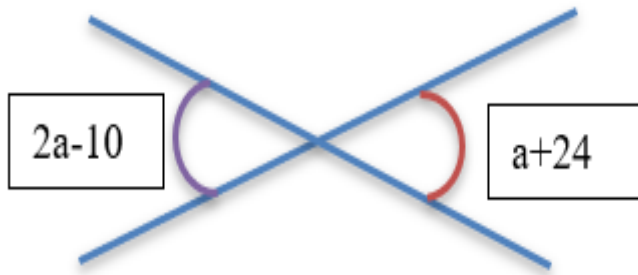
Portanto: comprimento = 24 m e largura = 8 m

9. a) $x = 6$ b) $x = \frac{11}{3}$ c) $x = 30$

10. $R\$ 9,00 + R\$ 2,50 x = R\$ 24,00 \Rightarrow x = 6 \text{ horas}$

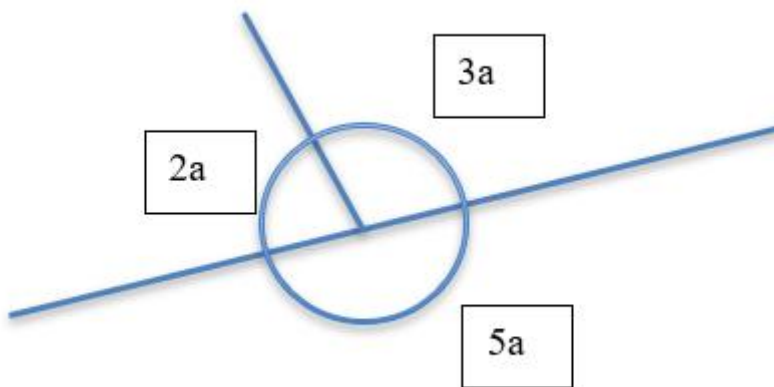
11.

a)



$$a = 34^\circ$$

b)



$$a = 36^\circ$$

12. a) $y = \frac{2}{3}$ b) $x = 6$ c) 4

Referências:

Bianchini, Edwaldo. **Matemática Bianchini**. 9.ed. São Paulo. Moderna. 2018. pp. 127-128.

Bonjorno, José Roberto. **Matemática: Fazendo a diferença**. São Paulo. FTD. 2006. pp.72.

Centurión, Marília. **Novo Matemática na medida certa**, sétima série. São Paulo. SCIPIONE. 2003. pp. 48-52.

8º Relatório - Sala A207

Grupo de Estagiários: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

O oitavo encontro do Promat teve como tema central as equações do primeiro grau, com o objetivo de promover a compreensão de sua estrutura, resolução e aplicações, além de destacar a diferença entre expressões algébricas e equações. A metodologia adotada teve caráter dinâmico, com alternância entre explicação teórica, resolução de exercícios, atividades contextualizadas e práticas lúdicas.

O encontro teve início com uma retomada dos conceitos de expressão algébrica e equação, destacando o uso do sinal de igualdade como elemento distintivo. Utilizando *slides* como suporte visual, os alunos foram convidados a classificar diferentes sentenças matemáticas, promovendo uma revisão interativa.

Em seguida, foram abordadas as equações do primeiro grau com uma incógnita, explorando desde casos mais simples até aqueles que exigem conhecimentos mais abstratos, como frações. A resolução foi feita progressivamente no quadro com a participação ativa dos estudantes.

Para reforçar a aplicabilidade do conteúdo, foram propostas situações-problema contextualizadas, como questões envolvendo preços de produtos com desconto, corridas de aplicativo e problemas de idade. Os alunos resolveram inicialmente de forma individual e, depois, discutiram em pequenos grupos, para enfim, os discentes-professores fazerem a resolução no quadro.

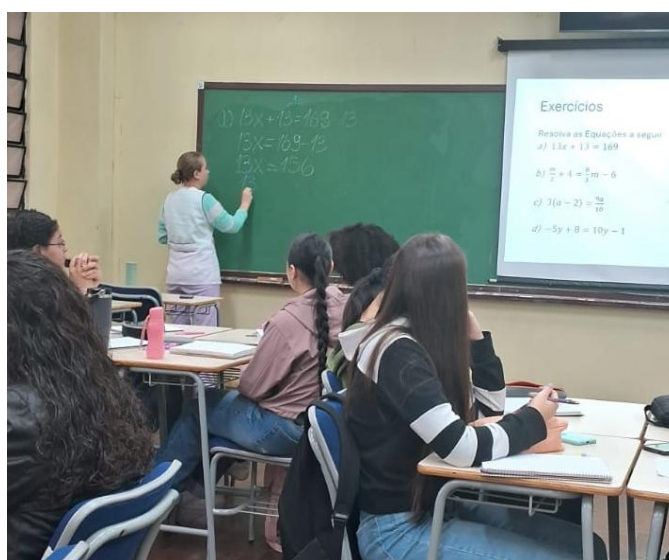
Após o intervalo, na etapa seguinte, foi realizada uma atividade lúdica em formato de bingo, em que cada aluno recebia uma cartela com resultados de equações. À medida que as equações eram sorteadas, os estudantes precisavam resolvê-las e marcar a solução correta em suas cartelas. Essa atividade promoveu o engajamento da turma e consolidou a prática do conteúdo estudado de forma descontraída. Conseguimos perceber que os estudantes gostavam muito, e o plano inicial era até fazer várias rodadas, porém não deu tempo pois decidimos trabalhar com eles muitos exercícios para não ficar nenhuma dúvida e eles realmente conseguirem compreender como realizar a resolução de uma equação.

Durante a aula, também estava previsto o trabalho com sistemas de equações lineares, utilizando os métodos da substituição, da adição, da comparação e do gráfico. No entanto,

devido à limitação de tempo, essa parte do conteúdo não pôde ser abordada, novamente, acreditamos que a falta de tempo se deu por darmos mais importância em levar a compreensão aos estudantes de como resolver as equações, também enfatizamos o fato de que podem isolar a variável de qualquer lado da igualdade, alguns apresentaram que não conheciam ou que não sabiam como fazer de maneira correta, então nossa prioridade foi deixar claro para eles essas questões.

Ao final do encontro, foi entregue uma lista de exercícios com questões que contemplam os principais tópicos trabalhados. Essa lista teve como objetivo reforçar os conceitos e permitir o aprendizado autônomo pelos alunos. Também foi entregue a lista para os estudantes assinarem seu nome, com o intuito de situar sua presença no encontro.

Figura 24 - Resolução de Exercícios



Fonte: Acervo dos autores.

Figura 25 - Bingo das equações



Fonte: Acervo dos Autores (2025)

Plano de aula 9º Encontro – 05 de julho de 2025

Público-alvo: Estudantes do Ensino Médio e ingressantes do Ensino Superior.

Professores: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

Objetivos Gerais: Promover a compreensão dos principais conceitos relacionados à função do primeiro grau, explorando sua representação algébrica e gráfica, bem como suas aplicações em situações do cotidiano. Buscando-se desenvolver o pensamento lógico-matemático dos estudantes por meio de atividades práticas e contextualizadas, favorecendo a interpretação e a resolução de problemas que envolvem relações lineares.

Objetivos Específicos:

- Identificar quando uma relação entre duas variáveis configura uma função.
- Reconhecer a forma geral da função do primeiro grau, dada por $f(x) = ax + b$ e compreender o significado dos coeficientes.

- Analisar o comportamento crescente ou decrescente de uma função a partir do valor do coeficiente angular.
- Representar graficamente funções do primeiro grau no plano cartesiano.
- Resolver situações-problema que envolvam funções lineares, utilizando estratégias diversas

Conteúdo: Função como relação entre grandezas; função do primeiro grau; forma geral da função do primeiro grau: $f(x) = ax + b$; coeficiente angular e coeficiente linear; construção de tabelas de valores; representação gráfica da função do primeiro grau no plano cartesiano; análise do crescimento e decrescimento da função; resolução de problemas contextualizados envolvendo funções lineares.

Desenvolvimento

Introdução ao conceito de função (30 min):

A aula será iniciada com uma explicação sobre o conceito de função como uma relação entre duas variáveis, definindo-a da seguinte forma:

- Função: é uma regra que relaciona cada elemento de um conjunto (geralmente representado pela variável x) a um único elemento de outro conjunto (geralmente representado pela letra y). Isto é, para cada valor associado a x , podemos determinar um valor apenas para y .

Nisso, introduziremos os conceitos de: domínio como o conjunto dos valores atrelados à variável x ; contradomínio como conjunto de onde provém os valores atrelados a y ; e imagem como o conjunto dos valores determinados para y .

Funções do primeiro grau e aplicações (30 min):

Neste tópico, apresentaremos os conceitos e os casos especiais da função do primeiro grau, chamada também de afim e definida por: $f(x) = ax + b$. Inicialmente, os estudantes identificarão a função linear, caracterizada pela ausência do termo constante, isto é, $b = 0$, exemplificada pela igualdade $f(x) = ax$. Em seguida, discutiremos a função constante, caracterizada quando $a = 0$, ressaltando que a função constante não é uma particularidade da função do primeiro grau, mas pode ser conceitualizada a partir dela. A função constante é definida por $f(x) = b$. Também abordaremos a função identidade, que corresponde à função $f(x) = x$. Em cada caso, utilizaremos exemplos para facilitar a compreensão.

Neste momento, ainda não trabalharemos com as definições dos coeficientes, com o intuito de abordá-los mais adiante na aula, quando formos trabalhar o comportamento da função.

Dinâmica Você diz! Eu digo! (25 min):

Para elucidar o conceito de função de forma concreta, aplicaremos uma atividade chamada “Você diz, eu digo”. A dinâmica tem como objetivo proporcionar aos estudantes uma compreensão intuitiva sobre a relação entre duas grandezas, que caracteriza uma função.

Para essa dinâmica, os discentes-professores escreverão no quadro uma tabela com duas linhas:

- A linha “Você diz”, onde será anotado o número que cada estudante disser.
- A linha “Eu digo”, onde o professor colocará o valor calculado a partir de uma função que não será revelada inicialmente aos estudantes.

A dinâmica acontece da seguinte forma: cada estudante, individualmente, escolhe um número qualquer e diz aos discentes-professores. Esse número será anotado na linha “Você diz”. Em seguida, o discente-professor aplica a função secreta a esse número e diz o resultado, que será anotado na linha “Eu digo”. Esse processo se repete com diferentes estudantes, até que alguém perceba qual é a regra que está sendo usada.

Exemplo prático da atividade:

Suponha que a função secreta escolhida pelo professor seja $y = 2x + 1$, onde x é o número que o estudante disser e y é o resultado da resposta do discente-professor:

Tabela 8 – Exemplo de resolução da dinâmica “Você diz! Eu digo!” para a função $f(x) = 2x + 1$

Você diz	5	1	10
Eu digo	11	3	21

Fonte: Acervo dos autores.

- Quando o estudante diz “5”, o discente-professor calcula: $2 \cdot 5 + 1 = 11$;
- Quando outro estudante diz “1”, o discente-professor calcula: $2 \cdot 1 + 1 = 3$;

- Quando algum outro estudante diz “10”, o discente-professor responde: $2 \cdot 10 + 1 = 21$.

Após observar alguns pares de valores, os estudantes devem tentar descobrir qual é a regra (função) usada pelo discente-professor. Quando algum estudante possuir uma dedução, ele deve dizer sua hipótese aos discentes-professores, que irão verificar se está correta.

Essa atividade permite que os estudantes percebam, de forma intuitiva, como uma função estabelece uma relação entre dois conjuntos de valores. Além disso, promove o raciocínio lógico, a análise de padrões e a introdução natural do conceito de variável dependente e independente.

Construção gráfica da função do primeiro grau (40 min):

Nesta etapa, os estudantes serão guiados para construir tabelas de valores a partir da função do primeiro grau dada. Inicialmente, será explicado como escolher valores adequados para o domínio da função, garantindo uma boa representação gráfica. Em seguida, para cada valor escolhido, os estudantes calcularão o correspondente valor de $f(x)$, isto é, da imagem, formando pares ordenados. Após a construção da tabela, os estudantes irão transferir esses pares para o plano cartesiano, localizando os pontos de forma precisa utilizando papel quadriculado, régua e lápis. Com os pontos plotados, será demonstrado como traçar a reta que representa a função, enfatizando que a reta passa exatamente por todos os pontos calculados.

Durante o processo, será discutida a importância da escolha dos pontos e a relação entre o coeficiente angular a e a inclinação da reta, bem como o papel do coeficiente linear b na intercepção com o eixo y . Essa abordagem permitirá aos estudantes compreenderem visualmente o comportamento da função e a conexão entre a forma algébrica e sua representação gráfica.

Função crescente, decrescente, constante e nula (30 min):

Neste momento, será explorado o comportamento da função afim com base no sinal do coeficiente angular. Os estudantes compreenderão que, quando $a > 0$, a função é crescente, e quando $a < 0$, a função é decrescente. Também será abordada a função constante, quando $a = 0$, destacando o conceito de função nula. Nisso, faremos as definições dos coeficientes da seguinte forma:

- **Coefficiente angular (a):** indica a inclinação da reta. Se $a > 0$, a reta é crescente; se $a < 0$, a reta é decrescente; e se $a = 0$, a reta é horizontal, determinando uma função constante;
- **Coefficiente linear (b):** indica o valor da função quando $x = 0$, ou seja, o ponto onde a reta intercepta o eixo y .

Para fixação dos conceitos trabalhados, serão apresentados exemplo para ilustrar cada caso, sendo feita também a análise gráfica para evidenciar as diferenças de cada caso.

Dinâmica dos copos e bolinha (60 minutos):

Semelhante à dinâmica aplicada no encontro de tema Proporcionalidade, no dia 24 de maio, serão dispostos copos sobre a mesa em configuração triangular, contendo em seu interior, números atrelados a pontuações ou premiações variadas. Os estudantes serão divididos em grupos de seis pessoas e cada grupo iniciará a atividade com dez pontos. Em seguida, serão propostos, através de *slides*, exercícios sobre o conteúdo de funções do primeiro grau com o intuito de os estudantes aplicarem os conhecimentos necessários para a sua resolução. Os estudantes terão no máximo cinco minutos para solucionar cada exercício, e encerrado o tempo, as respostas serão verificadas. Se o exercício for solucionado corretamente, o grupo ganha dez pontos, caso contrário, o grupo perde cinco pontos. Após a verificação, uma pessoa por vez de cada grupo virá à frente com o intuito de acertar uma bolinha dentro de um dos copos, tendo três tentativas. O grupo irá receber o benefício atrelado ao número dentro do copo, somente em caso de acerto. Serão realizadas no máximo dez rodadas e, em caso de empate, uma rodada extra será conduzida para desempatar.

A dinâmica possui a intensão de aprofundar os conteúdos fixados até o momento por meio de exemplos e exercícios propostos, provocando os estudantes a aplicarem os conceitos trabalhados.

Materiais Utilizados:

- Quadro e Giz;
- Slides;
- Projetor e tela de projeção;
- Régua
- Lápis
- Papel Quadriculado
- Copos descartáveis

- Bolinhas
- Fichas contendo números

Lista de Exercícios:

1. (ENEM 2017) Uma empresa cobra de seus clientes uma taxa fixa de manutenção mensal, além de uma quantia proporcional ao número de visitas técnicas realizadas. Um cliente que recebeu 3 visitas pagou R\$ 180,00, enquanto outro, com 5 visitas, pagou R\$ 240,00.
 - a) Determine a função que relaciona o número de visitas ao valor pago.
 - b) Qual é valor da taxa fixa mensal?
 - c) Qual seria o valor pago por um cliente que recebeu 7 visitas?
2. (UFMG 2005) Considere a função $f(x) = 3x - 9$.
 - a) Determine a raiz da função.
 - b) A função é crescente ou decrescente?
 - c) Esboce o gráfico.
3. (PUC-SP 2010) A função $f(x) = ax + b$ passa pelos pontos $A(1, 2)$ e $B(3, 6)$.
 - a) Determine a e b .
 - b) Escreva a função.
 - c) Calcule $f(5)$.
4. (ENEM 2018) Um reservatório possui 120 litros após 2 horas e 270 litros após 5 horas.
 - a) Determine a função que relaciona o volume com o tempo.
 - b) Qual o volume após 8 horas?
5. (UNESP 2012) A função $f(x) = -2x + 8$ representa uma grandeza em função do tempo.
 - a) Determine o valor de x para o qual $f(x) = 0$.
 - b) Descreva o comportamento da função.
6. (UFRGS 2013) O gráfico de uma função do 1º grau passa pelos pontos $P(0, 4)$ e $Q(2, 0)$.
 - a) Determine a expressão da função.
 - b) Calcule $f(5)$.
 - c) Interprete o ponto P .

7. (ENEM 2020) A temperatura de um forno varia linearmente com o tempo. Inicialmente está em $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Após 10 minutos, atinge $400\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- a) Determine a função que relaciona temperatura com o tempo.
- b) Qual será a temperatura após 15 minutos?

8. (UNICAMP 2015) Uma função possui raiz $x = 4$ e passa pelo ponto, cujas coordenadas cartesianas são $(2, 3)$.

- a) Determine os coeficientes a e b .
- b) Escreva a função.

9. Dada a função $f(x) = -2x + 3$, determine $f(1)$.

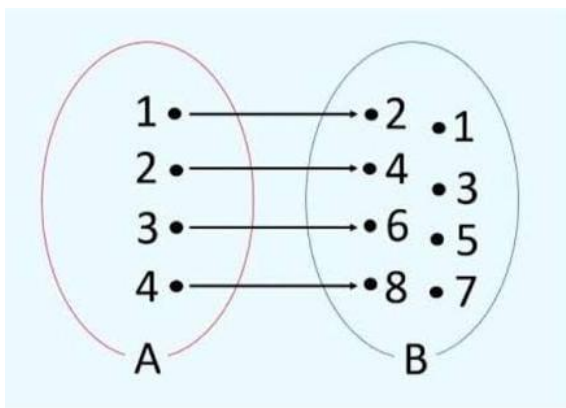
10. Escreva a função afim $f(x) = ax + b$, sabendo que:

- a) $f(1) = 5$ e $f(-3) = -7$
- b) $f(-1) = 7$ e $f(2) = 1$
- c) $f(1) = 5$ e $f(-2) = -4$

11) Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 5x - 3$.

- a) Verifique se a função é crescente ou decrescente
- b) O zero da função
- c) O ponto onde a função intersecta o eixo y
- d) O gráfico da função

12) Qual é o Domínio, Contradomínio e Conjunto Imagem da figura abaixo:



Resolução da Lista de exercícios:

01)

a) Seja $f(x) = ax + b$, com x sendo o número de visitas.

$$f(3) = 180 \Rightarrow 3a + b = 180$$

$$f(5) = 240 \Rightarrow 5a + b = 240$$

Fazendo um sistema e subtraindo as equações:

$$2a = 60 \Rightarrow a = 30$$

Substituindo em $3a + b = 180$:

$$90 + b = 180 \Rightarrow b = 90$$

Portanto, a função é dada por: $f(x) = 30x + 90$

b) Pela função encontrada anteriormente, a taxa fixa é R\$ 90,00.

c) Para sete visitas, temos:

$$f(7) = 30 \cdot 7 + 90$$

$$f(7) = 210 + 90$$

$$f(7) = 300$$

Logo, o valor pago por sete visitas é de R\$ 300,00

02)

a) $3x - 9 = 0 \Rightarrow x = 3$

b) Coeficiente angular $a = 3 > 0 \Rightarrow$ função crescente

c) Pontos: $x = 0 \Rightarrow f(0) = -9$; $x = 2 \Rightarrow f(2) = -3$

Gráfico: reta que passa por $(0, -9)$ e $(2, -3)$.

03) Inclinação (coeficiente angular):

$$a = \frac{6 - 2}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$$

Usando $A(1, 2)$:

$$2 = 2 \cdot 1 + b \Rightarrow b = 0$$

a) $a = 2, b = 0$

b) $f(x) = 2x$

c) $f(5) = 2 \cdot 5 = 10$

04) $x =$ tempo (h), $f(x) =$ volume (L)

$$a = \frac{270 - 120}{5 - 2} = \frac{150}{3} = 50$$

$f(x) = 50x + b$. Usando $f(2) = 120$:

$$100 + b = 120 \Rightarrow b = 20$$

a) $f(x) = 50x + 20$

b) $f(8) = 50 \cdot 8 + 20 = 420$ litros

05)

a) $-2x + 8 = 0 \Rightarrow x = 4$

b) A função é decrescente pois $a = -2 < 0$

06)

a) $a = \frac{0-4}{2-0} = -\frac{4}{2} = -2 \Rightarrow f(x) = -2x + 4$

b) $f(5) = -2 \cdot 5 + 4 = -10 + 4 = -6$

c) $P(0, 4)$ indica o valor inicial (interceptação no eixo y)

07) $a = \frac{400-100}{10} = 30$

$f(x) = 30x + b$. Como $f(0) = 100 \Rightarrow b = 100$

a) $f(x) = 30x + 100$

b) $f(15) = 30 \cdot 15 + 100 = 550$ °C

08) $f(4) = 0 \Rightarrow 4a + b = 0$ (1)

$f(2) = 3 \Rightarrow 2a + b = 3$ (2)

Subtraindo (2) de (1): $-2a = 3 \Rightarrow a = -1,5$

Substituindo em (1): $4 \cdot (-1,5) + b = 0 \Rightarrow b = 6$

a) $a = -1,5, b = 6$

b) $f(x) = -1,5x + 6$

09) $f(1) = -2(1) + 3 = -2 + 3 = 1$

10)

a)

$\begin{cases} f(1) = a(1) + b \\ f(-3) = a(-3) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 5 \rightarrow (\times 3) \\ -3a + b = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 3b = 15 \\ -3a + b = -7 \end{cases} \Rightarrow 4b = 8 \Rightarrow b = \frac{8}{4} = 2 \Rightarrow a = 5 - 2 = 3$

$$f(x) = 3x + 2$$

b)

$$\begin{cases} f(-1) = a(-1) + b \\ f(2) = a(2) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a + b = 7 \rightarrow (\times 2) \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + 2b = 14 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow 3b = 15 \Rightarrow b = \frac{15}{3} = 5 \Rightarrow a = 5 - 7 = -2$$

$$f(x) = -2x + 5$$

c)

$$\begin{cases} f(1) = a(1) + b \\ f(-2) = a(-2) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 5 \rightarrow (\times 2) \\ -2a + b = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 2b = 10 \\ -2a + b = -4 \end{cases} \Rightarrow 3b = 6 \Rightarrow b = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow a = 5 - 2 = 3$$

$$f(x) = 3x + 2$$

11) Analisando cada item de acordo com a caracterização da função afim, temos:

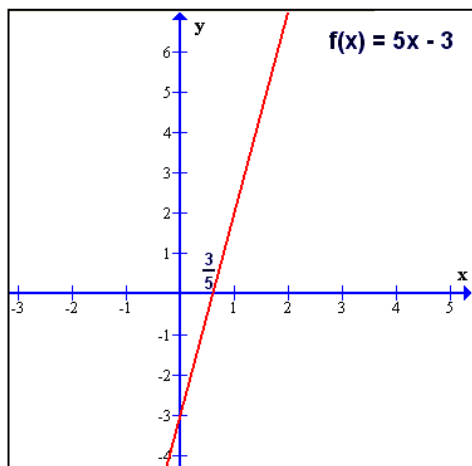
a) Como $a = 5 > 0$, a função é crescente.

b) O zero da função é o valor de x que anula a função:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 5x - 3 = 0 \Rightarrow 5x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

c) O gráfico intersecta o eixo y no ponto onde $x = 0$: $y = f(0) = 5(0) - 3 = -3$.

d)



12)

$$D = A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$C = B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$Im = \{2, 4, 6, 8\}$$

Referências:

Dante, L. R. Dante, J. R. Matemática: Contexto e Aplicações – Volume 1. São Paulo: Ática, 2010. pp. 92-96.

Ibrahim, A. Marinho, E. Matemática – Volume Único. São Paulo: Moderna, 2005. pp. 154-159.

Giovanni, J. R.; Giovanni Jr., J. R.; Giovanni, B. A. S. Matemática: Uma abordagem integrada – Volume 1. São Paulo: FTD, 2013. pp. 112-116.

9º Relatório - Sala A207

Grupo de Estagiários: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

Neste encontro, o conteúdo abordado pelos discentes-professores foi sobre função do primeiro grau. Iniciamos perguntando aos estudantes sobre os conhecimentos relacionados a esse conteúdo ministrado na educação básica, sendo que a maioria deles apresentou dúvidas quanto ao desenvolvimento do conteúdo em específico, também alguns haviam dito que ainda não chegaram a esse conteúdo. Nisso, explicamos sobre os conjuntos de domínio, contradomínio e imagem, além da lei de formação que está relacionada à função afim, dada por $f(x) = ax + b$. A intenção era conceituar, de forma mais formal, os conjuntos citados, entretanto, para dar enfoque no conteúdo em si, trabalhamos os conceitos de forma breve.

Em seguida, demos a definição de função do primeiro grau, ou seja, função afim, explicando sobre cada uma das possíveis formações: função linear e função identidade, sendo a função constante derivativa da definição de função afim. Nisso, aplicamos exemplos para os estudantes e mostramos seus gráficos para melhor visualização e fixação dessa parte.

Dando continuidade no planejamento da aula, propomos a dinâmica “você diz, eu digo”, que consiste basicamente nos discentes-professores pensarem em uma lei de formação para a função e pedir algum número para os estudantes, após o número ser escolhido, os discentes-professores calculam o resultado a partir da lei pensada, de forma mental, e informam apenas o resultado, por exemplo: o estudante diz “1” e o discente-professor diz “3”, onde a lei de formação pensada foi: $f(x) = x + 2$.

O objetivo da dinâmica era que os estudantes percebessem e conseguissem identificar qual era a lei de formação pensada. A dinâmica foi bem recebida pelos estudantes, sendo realizada cinco rodadas, em que os estudantes deduziram as leis de formação de forma rápida e concisa, conseguimos identificar que realmente estavam compreendendo.

Em sequência, abordamos sobre plano cartesiano, conceito pertinente ao conteúdo ministrado e que não foi previsto no plano de aula, mas se mostrou necessário para a boa assimilação dos conhecimentos abordados nesse encontro. Para isso, explicamos sobre os eixos do plano, com o objetivo de esclarecer qual seria a relação deles com os conjuntos de domínio, contradomínio e imagem, que definem as variáveis das funções.

Depois disso, explicamos para os estudantes como ocorre para construir o gráfico de uma função do primeiro grau, aplicando um processo em passo a passo para que eles possam desenvolver exercícios dados em seguida. Essa atividade se prolongou até o intervalo, pois os estudantes apresentaram muitas dúvidas e dificuldades de como construir o gráfico, tais quais: espaçamentos entre os eixos na construção do plano cartesiano; substituição dos valores da variável independente para calcular a imagem relacionada a ela; não entendimento dos conceitos básicos sobre operações etc. Então, os discentes-professores decidiram por permitir que os estudantes continuassem a atividade por mais quinze minutos após o intervalo.

Para a realização da construção de gráficos proposta pelos discentes-professores, foram entregues para cada estudante presente folhas quadriculadas, para conseguirem identificar melhor os espaçamentos entre os algarismos, com o fim de conseguirem ter uma visualização do esboço de seu gráfico.

Seguindo com o conteúdo, abordamos os conceitos dos coeficientes e o que cada um representa na construção do gráfico. Esclarecendo, primeiramente, sobre o coeficiente linear e coeficiente angular, apresentando as diferenciações dos gráficos conforme os coeficientes mudam. Depois, explicamos e mostramos como encontrar a raiz (ou zero) da função afim, aplicando exemplos de fixação. Sempre realizando exercícios com os estudantes e pedindo sua participação ativa.

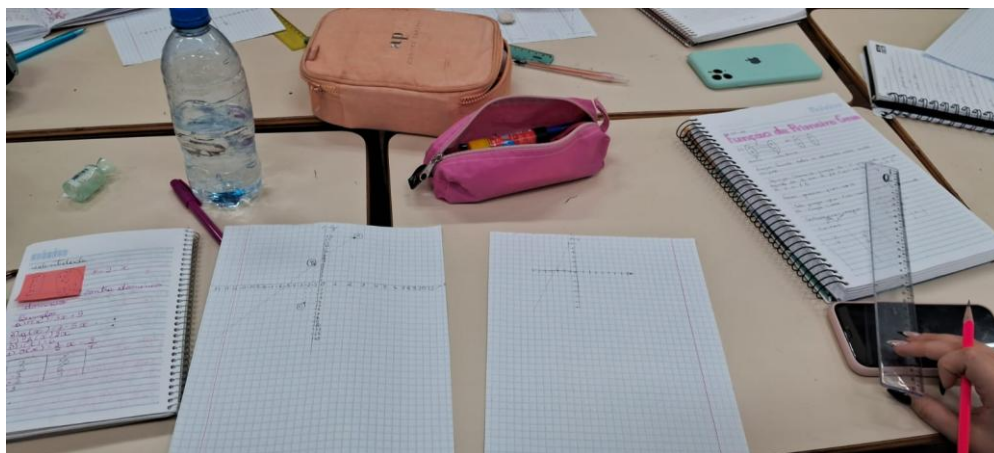
Para encerrar o encontro, realizamos a dinâmica dos copos e bolinha, a qual os estudantes mostraram interesse na sua repetição, dado que já havíamos aplicado no encontro com tema de proporcionalidade. A atividade teve bom aproveitamento e engajamento, entretanto, devido ao curto tempo, não conseguimos aplicar todas as questões desejadas, sendo

somados os valores conquistados por cada grupo nas rodadas desenvolvidas e premiado o grupo com maior pontuação.

Antes de liberar os estudantes, abordamos a organização prevista para o último encontro, reservado para aplicação de dinâmicas diversas e confraternização das turmas, sendo que foi pedido aos estudantes a colaboração com doces, salgados e bebidas para este momento. Os discentes-professores também agradeceram a presença dos estudantes durante todo o período do Promat, dado que no encontro seguinte, não haveria tempo para esse ato. Os estudantes se mostraram agradecidos pelos momentos de ensino proporcionados durante as aulas. Também foi entregue a última lista de questões referentes ao conteúdo trabalhado em sala, durante o encontro um dos estagiários também fez a chamada de forma oral, dessa forma, não houve a necessidade de passar uma lista de presença.

Os discentes-professores compartilharam um sentimento de “missão cumprida” e ficamos gratos por todo esse tempo de aprendizado.

Figura 26 - Construção do gráfico da função



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Figura 27 - Professores sala A207



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Plano de aula 10º Encontro – 12 de julho de 2025

Público-alvo: Estudantes do Ensino Médio e ingressantes do Ensino Superior.

Professores: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza

Objetivos Gerais:

- Promover a integração e revisão dos conteúdos trabalhados ao longo do projeto Promat 2025, de forma lúdica e interativa.
- Desenvolver o raciocínio lógico-matemático e a capacidade de resolução de problemas através de atividades práticas e colaborativas.
- Celebrar a participação dos estudantes no Promat, finalizando o encontro de forma acolhedora e divertida.

Objetivos Específicos:

- Calcular porcentagens e aplicar o pensamento proporcional em situações práticas.
- Resolver exercícios de expressões algébricas e porcentagem de diferentes níveis de dificuldade.

- Promover o trabalho em equipe, a tomada de decisões em grupo e a colaboração entre os membros.
- Reforçar e consolidar os conteúdos programáticos vistos anteriormente no Promat.

Conteúdo: Revisão dos conceitos de porcentagem e resolução de expressões algébricas.

Desenvolvimento

O décimo e último encontro do Promat será dedicado a uma gincana de encerramento especial, com o intuito de integrar os estudantes, revisar os conteúdos abordados ao longo do projeto e celebrar a participação de todos.

Abertura, Organização dos Grupos e Explicação Inicial (40 min):

A aula terá início com a reunião dos estudantes na sala com maior espaço (Sala A207). Em seguida, os estudantes serão divididos em um total de dez grupos identificados por cores e os integrantes de cada grupo serão mistos entre os estudantes das cinco turmas do Promat 2025. Na sequência, cada grupo será direcionado à sala que lhe foi informada para o início das atividades. Durante este período, haverá uma explicação inicial sobre as dinâmicas da gincana e, sobre um sinal sonoro, a gincana iniciará. Sendo que, em cada sala, haverá duas dinâmicas preparadas pelos respectivos discentes-professores e que os grupos terão dez minutos para realização de cada uma. Passados os dez minutos, os grupos trocam de dinâmica e, passados mais dez minutos, os grupos trocam de sala para realizar as demais dinâmicas.

Gincana (2 horas):

A gincana tem cerca de duas horas de duração, mas será encerrada somente se todos os grupos passarem pelas dez dinâmicas. Para cada dinâmica, haverá atribuição de pontos definidos pelos discentes-professores responsáveis pela respectiva dinâmica. Encerrada as dinâmicas, os discentes-professores de todas as turmas somarão os resultados de cada grupo e decretarão os três grupos vencedores como aqueles com maior pontuação.

Em relação ao tema das dinâmicas, foram distribuídos dois conteúdos dos nove encontros ministrados, sendo que o tema do segundo encontro - Frações, Decimais e Porcentagens - será separado em dois – Frações e Decimais e Porcentagem -, para que o número de dinâmicas seja igual a dez. Posto isso, os temas foram sorteados entre os discentes-professores de cada turma, sendo que, ficamos com os temas do segundo encontro -

Porcentagem - e do sétimo encontro - Expressões Algébricas. Sendo assim, as dinâmicas desenvolvidas em relação aos temas sorteados:

Dinâmica das peças coloridas:

Esta dinâmica envolverá o tema de porcentagem. Em uma mesa, serão postos 400 (quatrocentas) peças de encaixe nas cores: amarelo, azul, verde e vermelha, juntas em um pote com as quantidades de 80 (oitenta) amarelas, 120 (cem) azuis, 100 (cem) verdes e 100 (cem) vermelhas. O objetivo da atividade consiste nos grupos separarem as cores, contarem cada peça e determinarem a porcentagem de cada cor. Como auxílio, na hora de separar as cores, disponibilizaremos quatro outros potes aos quais os estudantes poderão utilizar da forma que desejarem.

Se os estudantes conseguirem encerrar a atividade com tempo sobrando, faremos questões pertinentes ao conteúdo que somarão pontos à dinâmica, se respondidas corretamente.

As questões são:

- Como fazer para tornar a porcentagem das peças azuis em 50%?
- O que acontece com as porcentagens se forem retiradas as peças vermelhas?
- Se as peças amarelas fossem trocadas pelas verdes, qual a sua nova porcentagem? Etc.

Essa dinâmica foi desenvolvida para trabalhar com o conteúdo de porcentagem de modo a evitar o estilo perguntas e respostas, trazendo uma atividade mais dinâmica que permite com que os estudantes apliquem os conhecimentos adquiridos de forma prática.

Dinâmica dos copos e bolinha:

Esta dinâmica envolverá o tema de expressões algébricas. Colocaremos em uma mesa, quinze copos numerados de um a quinze, organizados em formato triangular. Cada número corresponderá a um exercício diferente sobre expressões algébricas, com níveis de dificuldade variados. Os estudantes lançarão uma bolinha em direção aos copos e o número do copo acertado indicará qual exercício deverá ser resolvido. Caso a bolinha caia em um número já sorteado anteriormente, o grupo deverá jogar novamente até acertar um novo número. Os participantes terão até dois minutos para realizar cada exercício. O uso de celulares ou calculadoras será proibido. Esta dinâmica tem como objetivo combinar o raciocínio matemático com a habilidade motora e a tomada de decisões em grupo, incentivando a participação ativa e o reforço dos conteúdos trabalhados.

Esta dinâmica será aplicada, também, devido ao fato da boa receptividade dos estudantes da sala A207 quanto as duas aplicações anteriores no terceiro encontro – Proporcionalidade – e no nono encontro – Funções do primeiro grau. Ou seja, a retomada da dinâmica se deu para proporcionar aos demais estudantes das outras turmas, o mesmo desenvolvimento e ludicidade diante do conteúdo trabalhado. Além disso, essa dinâmica permite uma facilidade de adequação dos conteúdos e conceitos de forma ampla e abrangente, colaborando para a preparação dos discentes-professores.

3. Confraternização de Encerramento (1 hora)

Para concluir o encontro de forma acolhedora e celebrativa, será realizada uma confraternização, marcando o encerramento da trajetória dos estudantes no Promat, assim como a encerramento numa etapa acadêmica dos discentes-professores. Em outras palavras, ambos os lados têm a comemorar. Ou seja, em relação aos estudantes, os encontros do Promat promoveram desenvolvimentos de processos cognitivos e sociais que podem auxiliá-los no seu cotidiano e, conseqüentemente, na sua vida. Para os discentes-professores proporcionou o aprendizado prático sobre as técnicas utilizadas para promover a educação, e promoveu um ferramental de possibilidades no momento de ensinar.

Materiais Utilizados:

- Pinos de encaixe coloridos;
- 5 Potes ou recipientes para colocar os pinos de encaixe;
- Copos;
- Bolinhas;

10º Relatório - Sala A207

Grupo de Estagiários: Amanda Letícia Panfilio Colares, Andreina Coser e Daniel Rodrigo de Souza.

O décimo, e último, encontro do Promat foi marcado por uma atividade especial para encerramento do curso, em formato de gincana, visando à integração, revisão dos conteúdos trabalhados e celebração da participação dos estudantes ao longo do projeto.

Primeiramente os estudantes se reuniram na sala A207 e foram divididos no total de dez grupos identificados por cores e com estudantes de turmas diferentes. Em seguida, cada grupo

se locomoveu para a sala que lhe foi informada, para assim iniciarmos a gincana. Em cada sala, dois grupos participavam de dinâmicas distintas, isto é, enquanto um grupo executava uma atividade, o outro realiza uma segunda, ambos dentro da mesma sala, tendo dez minutos para realização de cada uma, e ao término das duas, os grupos trocavam de sala para realizar as dinâmicas da outra sala, repetindo esse ciclo até que todas as atividades de todas as salas sejam desenvolvidas por cada grupo. As dinâmicas em si, tiveram temas sobre os conteúdos programáticos vistos durante os dez encontros do Promat 2025 e que foram preparadas pelos discentes-professores.

Inicialmente, seria utilizado um apito para a marcação do tempo e sinal para que os grupos troquem as dinâmicas, mas, ao longo da realização, para não gerar confusões quanto aos demais projetos que acontecem na Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste) no mesmo horário e prédio do Promat, os próprios discentes-professores passaram a gerenciar os horários manualmente.

A primeira dinâmica da nossa sala (A207), abordava o conceito de porcentagem por meio de uma atividade prática com pinos de encaixe coloridos. Os materiais utilizados consistiam em pequenas peças nas cores amarelo, azul, verde e vermelho, todas misturadas em uma única caixa. O desafio proposto aos participantes era separar os pinos por cor em outros recipientes e calcular a porcentagem de cada cor em relação ao total. Após essa etapa, os estudantes foram convidados a refletir sobre os cálculos envolvendo as porcentagens. A atividade promoveu o pensamento sobre o conteúdo, exigiu cálculos rápidos e trabalho em equipe entre os membros do grupo. Foi possível notar que com essa dinâmica, a maioria dos grupos de estudantes a finalizava rapidamente, entendendo-se assim que sua compreensão a respeito do conteúdo era muito boa.

A segunda dinâmica envolvia expressões algébricas. Em uma mesa estavam dispostos quinze copos numerados de um a quinze, organizados em formato triangular. Cada número correspondia a um exercício diferente sobre expressões algébricas, variando entre os níveis fácil e avançado. Os estudantes lançavam uma bolinha em direção aos copos, e se acertar um deles, o número em seu interior indicava um exercício sobre expressões algébricas que o grupo deveria resolver. Caso a bolinha caísse em um número já sorteado anteriormente, o grupo deveria jogar novamente até obter um novo exercício. Os participantes tinham até dois minutos para realizar cada resolução, sendo proibido o uso de celulares ou calculadoras. A dinâmica combinou

raciocínio matemático com habilidade motora e tomada de decisões em grupo, incentivando a participação ativa e o reforço dos conteúdos trabalhados ao longo do projeto.

Já nessa dinâmica, foi possível notar que em alguns casos, havia estudantes de grupos diferentes que se frustravam por não conseguirem chegar à resposta correta, até questionando as discentes-professoras que estavam responsáveis sobre. Porém, no fim tudo ocorreu bem. A maior parte das dificuldades era voltada em questões que os estudantes tinham que interpretar a leitura para conseguir representar e calcular a expressão.

Ambas as atividades foram bem recebidas pelos estudantes, que demonstraram envolvimento, colaboração e entusiasmo ao participar das dinâmicas. Após a realização das atividades, foi contabilizado o desempenho de cada grupo, e a equipe Amarela foi declarada vencedora da gincana, promovendo um clima de conquista nesse grupo e reconhecimento pelo envolvimento dos participantes. Em relação às demais equipes, o fato de não terem vencido a gincana não se mostrou um problema, dado que todos se mostraram gratos pelo aprendizado disponibilizado durante os encontros do Promat 2025.

Para finalizar o encontro, foi realizada uma confraternização, encerrando, de forma acolhedora e celebrativa, a trajetória dos estudantes no Promat. As estratégias utilizadas contribuíram significativamente para o encerramento do Promat, promovendo uma experiência de aprendizagem divertida.

Figura 28 - Dinâmica do copo e bolinha para Expressões Algébricas



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Figura 29 - Dinâmica dos pinos de encaixe para porcentagem



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Figura 30 - Estagiários e Orientador



Fonte: Acervo dos autores (2025)

Considerações Finais

Este relatório representa não apenas o encerramento de um ciclo dentro do Promat 2025, mas também a consolidação de uma jornada intensa de descobertas, desafios, aprendizados e superações. Ele não se iniciou somente no primeiro encontro, nossa aprendizagem foi desde o primeiro dia com a preparação das aulas, momento em que fomos convidados a sair da zona de conforto e a nos colocar verdadeiramente no lugar do educador; planejando, executando e refletindo sobre cada momento vivido com os estudantes.

Durante o percurso, ficou evidente o poder transformador das metodologias ativas. Ao propor atividades lúdicas, dinâmicas e colaborativas, vimos a sala de aula se tornar um espaço mais leve, mais vivo, mais significativo para os estudantes. É certo que nem tudo saiu como planejado, algumas aulas exigiram adaptações, outras nos colocaram frente a dificuldades imprevistas, mas em todas elas, houve aprendizado, crescimento e um esforço conjunto, com o objetivo de levar o melhor para os estudantes.

A orientação recebida ao longo do Promat foi fundamental. Ou seja, os profissionais docentes orientadores nos ouviram, ofereceram sugestões e nos apoiaram, assim como chamaram a atenção quando necessário, o que fez toda a diferença na construção da nossa segurança e autonomia enquanto futuros professores educadores. Nosso professor orientador nos auxiliou muito na abertura e caminhada por esses caminhos. Também não podemos deixar de destacar o papel dos próprios estudantes, que com as suas dúvidas, comentários e até resistências, nos ajudaram a repensar nossa prática pedagógica e a busca de caminhos mais eficazes e humanos para ensinar.

Com o encerramento deste ciclo, concluímos que as experiências vivenciadas durante o Promat contribuíram diretamente para a nossa formação como futuros docentes. Levar adiante os aprendizados obtidos aqui será fundamental para aprimorar cada vez mais nossa atuação na área da educação matemática, sem dúvidas, foi um aprendizado muito importante e com certeza ficará guardado em nossa trajetória.